

UDK: 336.76

POSLOVNA EKONOMIJA
BUSINESS ECONOMICS

Godina X

Broj II

Str 28-42

doi 10.5937/poseko10-12715

Originalni naučni rad

dr Nikola Radivojević¹, profesor strukovnih studija

Visoka tehnička škola strukovnih studija, Kragujevac

Prof. dr Miodrag Brzaković²

Fakultet za primenjeni menadžment, ekonomiju i finansije, Beograd

Tomislav Despić³, MA

Ministarstvo finansija RS, Beograd

PRILAGOĐAVANJE STANDARDNOG MODELA MONTE KARLO SIMULACIJE KARAKTERISTIKAMA TRŽIŠTA U NASTAJANJU

SAŽETAK: Predmet istraživanja u radu jeste aplikativnost novog, u radu označenog kao kalibrirani model Monte Karlo simulacije za procenu tržišnog rizika na tržištima u nastajanju. U osnovi model predstavlja unapređenu verziju standardnog modela Monte Karlo simulacije. Unapređenje je postignuto inkorporiranjem Cornish-Fisher ekstenzije u standardni model, kako bi se standardni model Monte Karlo simulacije prilagodio karakteristikama tržišta u nastajanju. Glavni cilj rada jeste da se utvrdi da li predloženo rešenje doprinosi unapređenju aplikativnosti standardnog modela Monte Karlo simulacije. U tu svrhu u radu je izvršeno testiranje validnosti standardnog modela i kalibriranog modela na tržištima kapitala pet evropskih zemalja: Srbije, Hrvatske, Grčke, Kipra i Rumunije, u kontekstu pravila za validaciju modela vrednosti pri riziku, koja su definisana od strane Bazelskog komiteta za superviziju banaka. Metodologija istraživanja podrazumeva primenu odgovarajuće kvantitativne

¹ radivojevic034@gmail.com

² miodrag.brzakovic@mef.edu.rs

³ despic81@yahoo.com

analize, te primenu odgovarajućeg testa bezuslovnog i uslovnog pokrića i pokazatelja performansi modela. Rezultati istraživanja pokazuju da kalibrirani model Monte Karlo simulacije predstavlja značajno unapređenje standardnog modela Monte Karlo simulacije u pogledu validnosti procene tržišnog rizika na ispitanim tržištima.

Ključne reči: Vrednost pri riziku, Monte Karlo simulacija, tržišni rizik, tržišta u nastajanju.

UVOD

Procena tržišnog rizika u bankama, koje su ispunile kriterijume Bazelskog komiteta za primenu pristupa internih modela za upravljanje tržišnim rizicima, svodi se na procenu vrednosti pri riziku (Value at Risk – VaR) primenom internih modela vrednosti pri riziku. Istraživanje Perignon-a i Smith-a (2010) pokazuje da su u proceni tržišnog rizika, u bankama, najzastupljeniji modeli istorijske simulacije sa oko 73%. Oni predstavljaju dobro rešenje kada su na raspolaganju duge serije podataka o kretanju faktora rizika. U suprotnom, njihova implementacija izuzetno je teška, a njihove procene tržišnog rizika prilično precenjene ili potcenjene u odnosu na stvarni nivo rizika u zavisnosti od adekvatnosti izbora istorijskog uzorka podataka. Međutim, nezavisno od ovoga, kada se radi sa dugim vremenskim serijama uvek postoji problem da dođe do kršenja prepostavke stacionarnosti, na kojoj počivaju svi neparametarski modeli vrednosti pri riziku. Kako bi se izbegli ovi problemi, u bankama se sve više koriste modeli Monte Karlo simulacije. O tome najbolje svedoče rezultati istraživanja Perignon-a i Smith-a (2010). Prema njihovom istraživanju, modeli Monte Karlo simulacije su drugi po zastupljenosti u bankama koje posluju na razvijenim finansijskim tržištima. Udeo ovih modela kreće se oko 23% (Perignon i Smith, 2010).

Uopšteno govoreći, Monte Karlo simulacija obuhvata skup različitih tehniki, metoda i modela za dobijanje matematičkih i statističkih rešenja, generisanjem velikog broja vrednosti slučajne promenljive, u skladu sa teorijom verovatnoće i zakonom velikih brojeva, čija je funkcija distribucije poznata.⁴ Dovoljno je definisati samo algoritam (proces) za randomizaciju tj. skup uslova pod kojim neki događaji nastaju, da bi se dobile pouzdane probabilističke procene. U poslovnim finansijama, pojma Monte Karlo simulacija se koristi da se opisuju modeli koji se koriste za procenu finansijskog rizika simuliranjem promena u vrednosti portfolija hartija od vrednosti pod

⁴ Radivojević, N. (2014), Upravljanje tržišnim rizicima na tržištima u nastajanju primenom modela vrednosti pri riziku, doktorska disertacija, Ekonomski fakultet u Kragujevcu, str. 116.

uticajem simuliranih promena u osnovnim faktorima finansijskog rizika.⁵ Modeli Monte Karlo simulacije, koji se koriste za procenu tržišnog rizika, zasnivaju se na stavu da su promene u osnovnim faktorima tržišnog rizika rezultat određenog stohastičkog procesa, te da se dovoljnim brojem ponavljanja (simuliranja) tog procesa, za svaki faktor tržišnog rizika posebno, može dobiti simulirana distribucija vrednosti bančinog portfolija hartija od vrednosti, koja će konvergirati ka stvarnoj (mada i dalje nepoznatoj) distribuciji. Otuda se procena tržišnog rizika primenom ovih modela odvija u tri koraka 1) specificiranje relevantnih faktora rizika; 2) definisanje procesa randomizacija – tj. generisanje slučajnih vrednosti i 3) utvrđivanje VaR.⁶

Specificiranje relevantnih faktora rizika podrazumeva određivanje njihove dinamike, odnosno identifikovanje stohastičkog procesa i ocenu parametara, koji najbolje predstavljaju njihovo ponašanje, uz napomenu da je izbor stohastičkog procesa presudno uslovljen prirodnom i vrstom portfolija.⁷ Generisanje slučajnih vrednosti, tačnije, pseudoslučajnih vrednosti koje simuliraju promene u osnovnim faktorima rizika, predstavlja drugi korak u proceni tržišnog rizika primenom modela Monte Karlo simulacije. Generisanje pseudoslučajnih vrednosti vrši se na osnovu izabrane distribucije (ili empirijske ili neke teorijske za koju se smatra da će na najbolji način reprezentovati buduće promene u osnovnim faktorima tržišnog rizika).⁸ Kada faktori rizika nisu međusobno korelirani, randomizacija se izvodi za svaki faktor posebno. U suprotnom, simulira se višedimenzionalna distribucija. Kombinovanjem simuliranih promena u osnovnim faktorima tržišnog rizika sa inicijalnom vrednošću portfolija, generiše se hipotetička distribucija prinosa portfolija na osnovu koje se vrši procena VaR. Uobičajna pretpostavka jeste da promene u osnovnim faktorima rizika slede višedimenzionalnu normalnu raspodelu.⁹ U tom slučaju reč je o tzv. standardnom modelu Monte Karlo simulacije. Međutim, prilikom upotrebe ovog modela na tržištima u nastajanju treba biti oprezan, budući da ova pretpostavka ne odgovara realnim tržišnim uslovima, pre svega zbog pojave debelih repova i asimetrije tj. leptokurtične raspodele. Posledica ove nekompatibilnosti ogleda se u tome da model kontinuirano generiše procene VaR koje su manje od stvarnog nivoa tržišnog rizika, kojem su izložene banke

⁵ Prve ideje o mogućnosti primene Monte Carlo simulacije u finansijama je izneo Boyle (1977) u svom radu „Options: a Monte Carlo approach”, *Journal of Financial Economics*.

⁶ Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2006), *Essentials of Risk Management*, McGraw Hill, New York, pp. 169–179.

⁷ Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2006), op. cit., str. 169–179.

⁸ Bohdalová, M., (2007), „A comparison of Value at Risk methods for measurement of the financial risk”, Conference: *E-leader*, Prague, p. 4.

⁹ Pearson, N. (2002), *Risk budgeting: Portfolio Problem Solving with Value at Risk*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 91.

na tržištima u nastajanju, o čemu svedoče brojna empirijska istraživanja. Naravno, adekvatno kooptiranje debelih repova moguće je načiniti jednostavnim inkorporiranjem u model distribucije koja ima deblje repove u odnosu na normalnu distribuciju. Međutim, ovo unapređenje vrši se na ušrb računarske jednostavnosti primene modela. Otuda, cilj ovog rada jeste da ponudi rešenje koje će dovesti do povećanja pouzdanosti primene standardnog modela Monte Karlo simulacije na finansijskim tržištima u nastajanju, bez povećanja računarske kompleksnosti. Osnovna ideja jeste da se u standardni model Monte Karlo simulacije inkorporira Cornish-Fisher ekstenzija. U tom kontekstu u radu će biti sprovedeno istraživanje, na primeru pet finansijskih tržišta u nastajanju. Cilj je da se odgovori na pitanje da li inkorporiranje Cornish-Fisher ekstenzije dovodi do značajnijeg unapređenja aplikativnosti standardnog modela Monte Karlo simulacije na tržištima u nastajanju, u kontekstu zadovoljenja pravila validnosti modela VaR Bazelskog komiteta.

PREGLED LITERATURE

Prema Jorion-u (2001), postojanje klastera opservacija čini modele Monte Karlo simulacije računarski veoma zahtevnim, jer da bi se doble stabilne procene rizika potrebno je generisati izuzetno veliki broj slučajnih vrednosti. Međutim, postojanje klastera opservacija umanjuje efikasnost opservacije, s aspekta stabilnosti i pouzdanosti procene, budući da skup tesno grupisanih opservacija oko određene tačke unutar intervala prenose malo više informacija nego pojedinačno posmatranje (Radivojević, 2014). Generisanjem svake nove dodatne slučajne vrednosti, njena dodata vrednost opada. Ako se tome doda i činjenica da će nakon određenog (velikog) broja simulacija, zbog postojanja ciklusa generatora, model generisati ponove iste slučajne vrednosti, te da one neće imati uticaja na validnost i procene VaR već samo na troškove implementacije, može se zaključiti da je povećanje računarske kompleksnosti modela limitirano.

U literaturi se mogu naći dve grupe alternativnih modela koji su razvijeni kako bi se ublažio ovaj nedostatak modela Monte Karlo simulacije. Jednu grupu čine tzv. kvazimodeli Monte Karlo simulacije, koji se baziraju na determinističkim nizovima,¹⁰ koji se koriste kako bi se ravnomerno ispunio domen intervala sa što manjim brojem simulacija. Paskov i Traub (1995) su bili pravi autori koji su pokazali da je moguće ravnomerno ispuniti domen intervala generisanjem relativno malog broja tzv. kvazislučajnih vrednosti

¹⁰ Detaljnije o determinističkim nizovima videti u McLeish, D. (2004), „Monte Carlo in Finance”, *Working paper*, pp. 307–324.

(low discrepancy sequences).¹¹ Primenom determinističkih nizova uspeli su da redukuju grešku uzorkovanja bez povećanja računarske kompleksnosti modela Monte Karlo simulacije. Vođeni ovim njihovim rešenjima i idejama, brojni autori među kojima su Moskowitz i Caflish (1995), Owen i Tavella (1997) i McLeish (2004), radili su na unapređenju performansi kvazimodela Monte Karlo simulacije i razvoju procesa kvazirandomizacije (the scrambled nets). Međutim, primena determinističkih nizova, u principu, opravdana je samo kada se radi o malodimenzionisanom problemu jer sa povećanjem broja dimenzija ravnomernost značajno opada.

U drugu grupu spadaju modeli koji se zasnivaju na procedurama aproksimacije. Računarska efikasnost modela Monte Karlo simulacije može se povećati primenom delta-gama-teta aproksimacija. Primena ove aproksimacije omogućava da se kooptira asimetrija u distribuciji prinosa portfolija, bez povećanja računarske kompleksnosti modela. Međutim, ovi se modeli zasnivaju na pretpostavci da se gama portfolija ne menja tokom vremena što u praksi nije realna pretpostavka. Kada ova pretpostavka nije ispunjena, oni ne mogu da se koriste. U tom slučaju brojni autori preporučuju upotrebu tzv. *grid* modela Monte Karlo simulacije. Međutim, osnovni nedostatak ovih modela ogleda se u činjenici da se simulacije temelje na zamjeni funkcije vrednosti portfolija sa aproksimacijama koje se baziraju na mreži promena u osnovnim faktorima tržišnog rizika, pri čemu se aproksimacije izračunavaju pomoću interpolacije, uz napomenu da se vrednost portfolija izračunava za svaki čvor u mreži.¹² Broj čvorova u mreži eksponencijalno raste sa povećanjem faktora rizika, tako da upotreba modela postaje računarski veoma zahtevna, te nestaju prednosti nad standardnim modelom Monte Karlo simulacije. Polazeći od premise da promene u vrednosti portfolija uzrokuju dve grupe faktora rizika, linearni i nelinearni, Pritsker (1996) je predložio upotrebu modifikovanog *grid* modela Monte Karlo simulacije, koji se temelji na kombinaciji linearne i mrežne aproksimacije. Međutim, empirijska istraživanja ne govore u prilog ovog modela.

Jamshidian i Zhu (1997) predložili su upotrebu analize glavnih komponenti, u cilju povećanja računarske efikasnosti modela Monte Karlo simulacije. Međutim, primena ove tehnike utiče da izabrani faktori rizika mogu da objasne promene u krivi prinosa, ali ne i u varijacijama u vrednosti portfolija. Čest slučaj je da su izostavljeni faktori rizika, faktori koji su značajni za opisivanje varijacija u vrednosti portfolija. Implikacije ovoga jesu da su procene VaR značajno niže u odnosu na stvarni nivo rizika.

¹¹ Paskov, S., Traub, J. (1995), „Faster valuation of financial derivatives”, *Journal of Portfolio Management*, No. 22, pp. 113–120.

¹² Radivojević, N., op. cit. str. 122.

Zajednička odlika gore pomenutih modela jeste da, u principu, zadržavaju sve osobine standardnog modela Monte Karlo simulacije, osim što je redukovana njegova računarska zahtevnost, ali na račun valjanosti i pouzdanosti procene VaR.¹³

TEORIJSKO-APLIKATIVNI ASPEKTI STANDARDNOG MODELA MONTE KARLO SIMULACIJE

Standardni model Monte Karlo simulacije jeste najpoznatiji i najzastupljeniji model za procenu tržišnog rizika u bankama iz grupe tzv. full modela Monte Karlo simulacije. Temelji se na premisi da se promene u vrednosti portfolija mogu opisati Winner-ovim procesom, odnosno geometrijskim Brown-ovim kretanjem, što se matematički može iskazati na sledeći način:¹⁴

$$\frac{S_{t+dt}}{S_t} = \frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (1)$$

pri čemu su:

μ - srednja vrednost koja se naziva drift

σ - volatilnost procesa

S_t - cena osnovnog finansijskog instrumenta u trenutku (t)

W_t - Winner-ov proces¹⁵

dW_t - normalno distribuirana slučajna promenljiva sa sredinom nula i varijansom (dt), odnosno $dW_t = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ pri čemu je (ε_t) standardizovana slučajna promenljiva

Preciznije, izgrađen je na stavu da promene u osnovnim faktorima tržišnog rizika slede zajedničku normalnu distribuciju. Otuda se ocene parametara distribucije prinosa portfolija vrše na identičan način kao i kod varijansa–kovarijansa modela VaR. Međutim, to što se ocena matrice varijansi–kovarijansi vrši isto kao u slučaju varijansa–kovarijansa modela VaR, znači da je na indirektan način prihvaćena pretpostavka da su faktori rizika međusobno perfektno linearno korelisani, što nije realna premlisa naročito kada se radi o portfolijima koja sadrže finansijske derivate.

¹³ Pearson, N. (2002), op., cit., str. 242.

¹⁴ Radivojević, N., et. al. (2016), „Testing value-at-risk models in emerging markets during crises: a case study on South Eastern European countries”, *Journal of Risk Model Validation* Vol. 10, No. 2, pp. 57–82.

¹⁵ Hunt, J. P., Kennedy, E. J. (2000), *Financial Derivatives In Theory And Practice*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 20.

Implikacije nekompatibilnosti ove prepostavke sa karakteristikama empirijske distribucije prinosa portfolija su potcenjene procene rizika u odnosu na stvarni nivo. Otuda, model treba isključivo koristiti kada se sa sigurnošću zna da osnovni faktori tržišnog rizika slede normalnu distribuciju. U tom slučaju, generisanje simuliranih vrednosti portfolija odvija se u dva koraka. Prvi korak podrazumeva da se generiše vektor pseudoslučajne vrednosti, koji sledi uniformnu raspodelu u intervalu $[0,1]$,¹⁶ koje se zatim transformišu u normalno distribuirane promene u osnovnim faktorima tržišnog rizika, primenom inverzne kumulativne funkcije normalne distribucije.¹⁷

Pored činjenice da je kao i svaki model, model Monte Karlo simulacije opterećen problemom da su procene vrednosti pri riziku pod uticajem randomizacije, jer svaki put kada se pokrene algoritam (proces generisanja slučajnih vrednosti), one se nasumično grupišu u nekom delu domena intervala, model je opterećen i činjenicom da je izuzetno teško obezbediti da struktura korelacije između osnovnih faktora tržišnog rizika bude ista kod svake simulacije, kao što je između empirijskih podataka.

Imajući u vidu prethodno rečeno, može se izvesti zaključak da se pouzdanost primene standardnog modela Monte Karlo simulacije na tržištima u nastajanju, bez povećanja računarske kompleksnosti, može postići: 1) razvojem takvog algoritma kojim će se rešiti problem varijabiliteta uzorkovanja; 2) unapređenjem postojećeg algoritma (algoritma koji je u osnovi standardnog modela Monte Karlo simulacije) na način da će uzimati u obzir stepen odstupanja empirijske u odnosu na normalnu raspodelu. Upravo na ovo drugo rešenje se fokusira ovaj rad.

U ekonometrijskoj literaturi poznati su pristupi koji se fokusiraju na više momente distribucije prinosa portfolija, kako bi se empirijska distribucija prinosa portfolija uskladila za asimetričnost i druge distorzije empirijskoj distribuciji. Zangari je još (1996), kako bi unapredio aplikativnost parametarskih modela VaR, predložio dva pristupa za usklađivanje empirijske teorijskoj distribuciji: pristup korekcije momenata i pristup uklapanja momenata.¹⁸ Slično Zangarijevom prvom rešenju, u ovom radu se predlaže da se u standardni model Monte Karlo simulacije inkorporiraju Cornish-Fisher ekstenzije, koje omogućavaju usklađivanje nivoa poverenja za asimetriju i druge devijacije empirijske od normalne distribucije. Ovo je moguće jer se Cornish-Fisher ekstenzija bazira na principu da se svaka distribucija može opisati u terminima parametara neke druge, koja se bazira na istom principu.

¹⁶ Condamin, L., Louisot, P., Naim, P. (2006), *Risk Quantification Management, Diagnosis and Hedging*, John Wiley and Sons, Chichester, pp. 90–101.

¹⁷ McLeish, D. (2004), Monte Carlo in Finance, Working paper, p. 55.

¹⁸ Sličnu ideju iznosi i Alexander (2008).

Cornish-Fisher ekstenzije omogućavaju jednostavno usklađivanje primenom sledeće funkcije:¹⁹

$$cv = z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\beta_3 + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)\beta_4 - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha)\beta_3^2 \quad (2)$$

pri čemu su:

β_3 i β_4 - koeficijenti spljoštenosti i asimetrije
 cv - faktor usklađivanja

Sve što je potrebno da bi se utvrdio faktor usklađivanja, jeste da budu poznati koeficijenti spljoštenosti i asimetrije. Kako se oni jednostavno izračunavaju, prednost ovog rešenja ogleda se u jednostavnosti implementacije. Na taj način se povećava aplikativnost standardnog modela Monte Karlo simulacije, bez povećanja računarske kompleksnosti. Ovo rešenje omogućava da se standardni model prilagodi karakteristikama tržišta na kome se primenjuje. Otuda se ovako dobijen model može označiti kao kalibrirani model Monte Karlo simulacije.

EMPRIJSKO ISTRAŽIVANJE VALIDNOSTI MODELA NA IZABRANIM TRŽIŠTIMA

Kako bi se odgovorilo na pitanje da li predloženo unapređenje dovodi do poboljšanja aplikativnosti standardnog modela Monte Karlo simulacije, u radu je izvršeno testiranje validnosti standardnog modela i predloženog modela koji je označen kao kalibrirani model Monte Karlo simulacije. U testiranju validnosti modela korišćeni su dnevni logaritamski prinosi berzanskih indeksa izabralih zemalja: Belex15, Crobex10, Athex20, CSE i BET. Podaci su prikupljeni sa zvaničnih sajtova izabralih berzi za period od februara 2013. do februara 2015. godine. Procene rizika (VaR) načinjene su za poslednjih 244 dana perioda posmatranja, dok je prvih 250 opservacija, period od februara 2013. do februara 2014. korišćen za procenu startnih procena rizika (VaR) i kalibriranje modela Monte Karlo simulacije. Kalibriranje modela izvršeno je na taj način što je teorijska distribucija o normalnosti prinosa korigovana za koeficijente asimetrije i spljoštenosti,

¹⁹ Zangari, P. (1996), „A VaR methodology for portfolios that include options”, *RiskMetrics Monitor*, p. 10.

primenom Cornish-Fisher ekstenzije, uz napomenu da su inicijalne vrednosti ovih koeficijenata dobijene na osnovu uzorka od prvih 250 opservacija, a da su zatim za svaki sledeći dan za koji se vršila procena VaR, dobijale nove procene na taj način što je iz uzorka isključivana najstarija opservacija, a u uzorak uključivana najnovija (po principu pokretnih prozora). Pre početka analize performansi modela izvršena je analiza osnovnih karakteristika izabranih tržišta, kako bi se utvrdio stepen (ne)kompatibilnosti karakteristika realnog okruženja sa teorijskom osnovom, na kome počiva standardni model. Deskriptivna statistika za svako izabranu tržište data je u tabeli 1.

Tabela 1. Osnovne karakteristike distribucije izabranih indeksa za ceo period posmatranja

	Belex15	Crobex10	Athex20	CSE	BET
Sredina	0,0482%	-0,0167%	-0,0709%	0,0431%	0,0520%
Standardna devijacija	0,5410%	0,6246%	2,5492%	0,6184%	0,7398%
Varijansa	0,0029%	0,0039%	0,0650%	0,0038%	0,0055%
Koeficijent spljoštenosti	3,8070	5,2454	7,0838	10,7853	5,2986
Koeficijent asimetrije	0,0740	0,2042	-0,2457	-1,0790	-0,2498
Raspon	0,0362	0,0580	0,2558	0,0645	0,0690
Minimalne vrednosti	-0,0188	-0,0242	-0,1384	-0,0449	-0,0388
Maksimalne vrednosti	0,0173	0,0338	0,1174	0,0197	0,0303
Jerque-Bera test	14,135	109,377	355,295	1370,633	116,199
p – vrednost	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000

Izvor – Autori

Analize osnovnih karakteristika distribucije dnevnih logaritamskih prinosa testiranih indeksa pokazuje da tržišni indeksi imaju niske srednje vrednosti prinosa u posmatranom periodu, pri čemu su na tržištu Hrvatske i Grčke zabeležene negativne vrednosti. Standardne devijacije značajno su iznad proseka u EU, što je indikacija značajnih fluktuacija u dnevnim vrednostima indeksa. Analiza koeficijenata spljoštenosti i asimetrije kreće se u rasponu od 3,807 u slučaju Belex15 do 10,7853 u slučaju indeksa CSE, odnosno, u slučaju koeficijenta asimetrije, od -1,079 u slučaju CSE do 0,2042 u slučaju Crobex15. Ovo ukazuje na značajno odstupanje od pretpostavke normalnosti na kojoj počiva standardni model Monte Karlo simulacije. Iz tog razloga očekuje se da procene VaR, naročito u slučaju indeksa Athex20 i CSE, budu potcenjene. Vrednosti Jerque-Bera testa potvrđuju zaključak da

distribucije dnevnih logaritamskih prinosa indeksa odstupaju od normalne distribucije.

Kao reprezent standardnog modela Monte Karlo simulacije korišćen je nMCS10.000 model. Kao reprezent kalibriranog modela standardnog modela Monte Karlo simulacije korišćen je model kMCS10.000. U oba slučaja, procene VaR dobijene su generisanjem 10.000 simulacija, primenom softverskog paketa MatLab.

Testiranje validnosti modela izvršeno je u skladu sa pravilima Bazelskog komiteta. Preciznije, modeli su testirani na taj način što su njihove dnevne procene rizika (VaR), načinjene za nivo poverenja od 99%, komparirane sa stvarnim kretanjima rizika tokom poslednjih 244 dana. U literaturi, ovaj period se naziva *backtesting* period. Ukupan broj/procenat prekoračenja tokom ovog perioda prikazan je u tabeli 2. Saglasno pravilima Pristupa za primenu internih modela vrednosti pri riziku u pogledu testiranja validnosti internih modela, smatra se da je model validan ukoliko proizvodi broj prekoračenja koji je jednak stopi 1 – nivo poverenja za koji se vrši procena vrednosti pri riziku. U konkretnom slučaju to znači da procenat prekoračenja ne sme da bude veći do 1% od ukupnog broja načinjenih procena tokom perioda testiranja validnosti modela.

Tabela 2. Broj odnosno procenat prekoračenja

Indeksi	nMCS10.000		kMCS10.000	
	Br. prekoračenja	%	Br. prekoračenja	%
Belex15	3	1,23	3	1,23
Crobex10	6	2,46	3	1,23
Athex20	6	3,69	5	2,05
CSE	11	4,51	6	2,46
BET	2	0,82	2	0,82

Izvor – Autori

Rezultati prikazani u tabeli 2 pokazuju da je procenat prekoračenja u slučaju nMCS10.000 u većini slučajeva veći od očekivanog, što je i očekivano kada se imaju u vidu karakteristike izabranih tržišta i teorijske osnove na kojima model počiva. Očekivani procenat prekoračenja model je ostvario samo u slučaju BET indeksa. Model kMCS10.000 je na svim tržištima generisao manji broj prekoračenja u odnosu na standardni model. Izuzetak je samo na tržištu kapitala Rumunije i Srbije gde su modeli zabeležili isti broj prekoračenja, uz napomenu da je u slučaju standardnog modela na tržištu kapitala Srbije zabeležen klaster prekoračenja. Imajući u vidu samo ove rezultate, može se zaključiti da inkorporiranje Cornish-Fisher ekstenzije u

standardni model Monte Karlo simulacije, doprinosi unapređenju njegove aplikativnosti na tržišta u nastajanju.

Za formalno testiranje validnosti modela u radu su korišćeni: Kupiec test zasnovan na broju prekoračenja²⁰ i Christoffersen zajednički test bezuslovnog pokrića i nezavisnosti prekoračenja²¹. Oba testa su sprovedena za nivo poverenja od 95%, budući da brojne studije pokazuju da za ovaj nivo poverenja oba modela proizvode pouzdane procene.²² Rezultati oba testa prikazani su u tabeli 3.

Tabela 3. Rezultati testova validnosti testiranih modela

Indeksi	nMCS10.000 99% VaR		kMCS10.000 99% VaR		nMCS10.000 99% VaR		kMCS10.000 99% VaR	
	Kupiec test	p-vred.	Kupiec test	p-vred.	Christof. test	p-vred	Christof. test	p-vred
Belex15	0,108	0,743	0,108	0,743	5,517	0,063	0,108	0,948
Crobex10	3,555	0,059	0,108	0,743	3,555	0,169	5,517	0,063
Athex20	3,555	0,059	1,977	0,160	11,707	0,003	5,131	0,077
CSE	15,546	0,000	3,555	0,059	16,040	0,000	5,986	0,050
BET	0,093	0,761	0,093	0,761	0,093	0,955	0,093	0,955

Izvor – Autori

Rezultati Kupiec testa zasnovanog na broju prekoračenja ukazuju na to da je kalibrirani model Monte Karlo simulacije zadovoljio uslov bezuslovnog pokrića na svim tržištima, dok standardni model nije prošao test na tržištu kapitala Kipra. Prema ovim rezultatima može se zaključiti da inkorporiranje Cornish-Fisher ekstenzije u standardni model Monte Karlo simulacije doprinosi unapređenju njegove aplikativnosti na tržištima u nastajanju. Međutim, ne sme se zaboraviti činjenica da ovaj test ima značajan nedostatak, da ne uzima u obzir vreme kada nastaje prekoračenje, već samo broj prekoračenja. S obzirom na to da je za banku veoma važno da se prekoračenja ne dešavaju u klasterima, već da budu koliko je to moguće, ravnomernije raspoređena, pre prihvatanja gore iznetog zaključka treba analizirati i rezultate Christoffersen zajedničkog testa bezuslovnog pokrića i nezavisnosti prekoračenja. Rezultati ovog testa, takođe, prikazani u tabeli 3, pokazuju da standardni model Monte Karlo simulacije nije prošao test čak u slučaju dva tržišna indeksa Athex20 i CSE. Kalibrirani model Monte Karlo simulacije nije zadovoljio test samo na tržištu Kipra. Imajući u vidu broj tržišta na kojima je

²⁰ Detaljnije o testu videti u Kupiec, P. (1995), „Techniques for verifying the approach of risk measurement models”, *Journal of Derivatives*, Vol. 2, No. 4, pp. 73–84.

²¹ Detaljnije o testu videti u Christoffersen, P. (1998), „Evaluating Interval Forecasts”, *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp. 841–862.

²² Radivojevic, N., et al. (2016), „The new hybrid value at risk approach based on the extreme value theory”, *Estudio de Economia*, Vol. 43, No.1, p. 40.

kalibrirani model zadovoljio oba testa u odnosu na standardni model Monte Karlo simulacije, može se izvesti zaključak da inkorporiranje Cornish-Fisher ekstenzije u standardni model Monte Karlo simulacije dovodi do izvesnog unapređenja njegove aplikativnosti na tržištima u nastajanju. Međutim, na osnovu ova dva testa ne može se utvrditi da li je kalibrirani model postigao bolje performanse na tržištima na kojima su oba modela zadovoljila testove. Za tu svrhu u radu su korišćeni sledeći pokazatelji: srednja kvadratna greška (the root mean squared error – RMSE), apsolutna greška – (the mean absolute percentage error – MAPE), pokazatelj kvadratne verovatnoće (quadratic probability score – QPS), Lopezov test i Blanco-Ihle test. Iako ovi pokazatelji veoma često ne daju iste rejtinge za alternativne modele, budući da se fokusiraju na različite aspekte performansi, njihovo sagledavanje je značajno jer omogućava da se kompletira slika o prednostima, odnosno, nedostacima nekog modela – u ovom slučaju, o prednostima, nedostacima i predlogu za unapredjenje standardnog modela Monte Karlo simulacije. Vrednosti ovih pokazatelja date su u tabeli 4, uz napomenu da su poređenja izvršena samo za ona tržišta na kojima su modeli prošli oba testa.

Tabela br. 4. Vrednosti pokazatelja performansi modela

nMCS10.000			
	Belex15	Crobex10	BET
RMSE	0,0162	0,0302	0,0275
MAPE	0,0047	0,0147	0,0047
QPS	0,0467	0,0079	0,0312
Lopez test	0,0356	0,0039	0,0158
Blanco-Ihle test	2,7659	0,4165	1,4466
kMCS10.000			
RMSE	0,0280	0,0406	0,0310
MAPE	0,0347	0,0147	0,0147
QPS	0,0079	0,0079	0,0156
Lopez test test	0,0039	0,0039	0,0079
Blanco-Ihle test	0,1055	0,0737	0,9984

Izvor – Autori

Rezultati prikazani u tabeli 4 pokazuju da su procene VaR dobijene primenom standardnog modela, stabilnije (u smislu stepena odstupanja, odnosno variranja oko očekivanih vrednosti, odnosno realizovanih prinosa) jer pokazatelji RMSE i MAPE imaju niže vrednosti na svim tržištima. Izuzetak je slučaj tržišnog indeksa Crobex10 gde su oba modela zabeležila iste vrednosti ovog pokazatelja. Prema QPS, Lopez i Blanco-Ihle testu, kalibrirani model je postigao bolje performanse od standardnog modela jer su vrednosti ovih

pokazatelja niže na svim tržištima, osim u slučaju tržišnog indeksa Crobex10 gde su zabeležili identične vrednosti (QPS pokazatelj).

ZAKLJUČAK

U radu je predstavljeno rešenje za unapređenje aplikativnosti standardnog modela Monte Karlo simulacije na tržištima u nastajanju. Osnovna ideja je da se u standardni model ugrade Cornish-Fisher ekstenzije. Cilj je da se standardni model Monte Karlo simulacije, koji se zasniva na pretpostavci normalnosti distribucije prinosa portfolija hartija od vrednosti, prilagodi karakteristikama tržišta u nastajanju, koja se karakterišu značajnim odstupanjima koeficijenata asimetrije i spoljoštenosti, od pretpostavke normalnosti. Inkorporiranje Cornish-Fisher ekstenzije u model omogućava usklađivanje nivoa poverenja za asimetriju i druge devijacije empirijske od normalne distribucije. Time se postiže da se adekvatno kooptira asimetrija i spljoštenost u empirijskoj distribuciji prinosa portfolija hartija od vrednosti. Iznošenjem ovih ideja, u principu, u radu je promovisan novi model, koji je ovde označen kao kalibrirani model Monte Karlo simulacije, budući da se zasniva na usklađivanju standardnog modela za karakteristike empirijske distribucije.

Teorijski posmatrano izneto rešenje bi trebalo da doprinese unapređenju aplikativnosti standardnog modela Monte Karlo simulacije.

Rezultati testiranja validnosti standardnog modela i kalibriranog modela, odnosno komparacijom performansi oba modela, može se izvesti zaključak da inkorporiranje Cornish-Fisher ekstenzije dovodi do unapređenja aplikativnosti standardnog modela Monte Karlo simulacije na tržištima u nastajanju. Preciznije, ovakav zaključak potvrđuju rezultati Kupiec testa zasnovanog na broju prekoračenja i Christoffersen zajedničkog testa bezuslovnog pokrića i nezavisnosti prekoračenja, kao i pokazatelj kvadratne verovatnoće (quadratic probability score – QPS), i vrednost Lopezovog testa i Blanco-Ihle testa.

Prilikom prihvatanja ovog zaključka treba biti oprezan, pre svega, zbog ograničenja istraživanja, kao što su mali broj tržišta na kojima su modeli testirani, kao i dužina vremenske serije koja je korišćena za period testiranja validnosti modela, te ograničenja Kupiec testa zasnovanog na broju prekoračenja i Christoffersen zajedničkog testa bezuslovnog pokrića i nezavisnosti prekoračenja. Otuda, budućim istraživačima ostaje zadatak da sprovedu istraživanje na većem broju tržišta i koriste sofisticiranije modela i testove za testiranje validnosti modela vrednosti pri riziku.

SUMMARY

ADAPTATION OF THE STANDARD MONTE CARLO SIMULATION MODEL TO THE CHARACTERISTICS OF THE EMERGING MARKETS

Subject of the paper is to analyze the applicability of a new model to the estimation of market risk at the emerging market. In the paper the model is named as calibrated model of the Monte Carlo simulation. Basically, the model represents an enhanced version of the standard Monte Carlo simulation model. Improvement has been achieved by incorporating Cornish-Fisher extensions to the standard model, in order to adapt the standard model to the characteristics of emerging markets. The main aim of the paper is to obtain the answer to the question whether the proposed solution contributes to improving the applicability of the standard Monte Carlo simulations model. The research was conducted on the financial markets of the five European countries, Serbia, Croatia, Greece, Cyprus and Romania. The research methodology involves use of appropriate quantitative analysis, and application of an appropriate test of unconditional and conditional coverage and performance indicators model. The research results show that the calibrated model Monte Carlo simulation represents a significant improvement of the standard model Monte Carlo simulation.

Keywords: Value at Risk, Monte Carlo simulation, market risk, emerging markets.

LITERATURA

1. Alexander, C. (2008), *Market Risk Analysis: Volume I*, Quantitative Methods in Finance, John Wiley and Sons, Chichester.
2. Bohdalová, M. (2007), A comparison of Value at Risk methods for measurement of the financial risk, *Conference: E-leader*, Prague.
3. Christoffersen, P. (1998), Evaluating Interval Forecasts, *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp. 841–862.
4. Condamin, L., et al. (2006), Risk Quantification Management, Diagnosis and Hedging, *John Wiley and Sons*, Chichester.
5. Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2006), *Essentials of Risk Management*, McGraw Hill, New York.
6. Hunt, J. P., Kennedy, E.J. (2000), Financial Derivatives In Theory And Practice, *John Wiley and Sons*, Chichester, p. 20.

7. Jamshidian, F., Zhu, Y. (1997), Scenario Simulation Model: Theory and Methodology, *Finance and Stochastics*, Vol. 4, No. 1, pp. 43–67.
8. Jorion, P. (2001), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd edition, McGraw Hill, New York.
9. Kupiec, P. (1995), Techniques for verifying the approach of risk measurement models, *Journal of Derivatives*, Vol. 2, No. 4, pp. 73–84.
10. Levy, G. (2004), Computational Finance: Numerical Methods for Pricing Financial Instruments, *Butterworth-Heinemann Elsevier, Oxford*.
11. McLeish, D. (2004), Monte Carlo in Finance, *Working paper*.
12. Moskowitz, B., Cafisch, E. R. (1995), Smoothness and dimension reduction in quasy Monte Carlo methos, *Working Paper*, UCLA Department of Mathematics.
13. Owen, A. B., Tavella A. D. (1996), *Scrambled nets for value at risk calculations*, Mimeo, Stanford University.
14. Paskov, S., Traub, J. (1995), Faster valuation of financial derivatives, *Journal of Portfolio Management*, No. 22, pp. 113–120.
15. Perignon, C., Smith, D. R. (2010), The level and quality of Value at Risk disclosure by commercial banks, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 34, No. 2, pp. 362–377.
16. Pearson, N. (2002), *Risk budgeting: Portfolio Problem Solving with Value at Risk*, John Wiley and Sons, Chichester.
17. Pritsker, M. (2001), The Hidden Dangers of Historical Simulation, *Board of Governors of the Federal Reserve System*, pp. 60–61.
18. Radivojevic, N., et. al. (2016), „Testing value-at-risk models in emerging markets during crises: a case study on South Eastern European countries”, *Journal of Risk Model Validation* Vol. 10, No. 2, pp. 57–82.
19. Radivojevic, N., et al (2016), The new hybrid value at risk approach based on the extreme value theory, *Estudio de Economia*, Vol. 43, No.1, pp. 29–52.
20. Radivojević, N., (2014), Upravljanje tržišnim rizicima na tržištima u nastajanju primenom modela vrednosti pri riziku, doktorska disertacija, Ekonomski fakultet u Kragujevcu.
21. Zangari, P. (1996), A VaR methodology for portfolios that include options, *RiskMetrics Monitor*, pp. 7–25.

Ovaj rad je primljen **15.12.2016.**, a na sastanku redakcije časopisa prihvćen za štampu **21.02.2017.** godine.