*A. Jovanović i dr.*: Primena metode diskretnih elemenata za simulaciju procesa kretanja ... TERMOTEHNIKA, 2015, XLI, 2, 0-0

Aca Jovanović<sup>1</sup>, Milada Pezo<sup>2\*</sup>, Lato Pezo<sup>1</sup>, Ljubinko Lević<sup>3</sup>, Biljana Lončar<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institut za opštu i fizičku hemiju, Univerzitet u Beogradu, Beograd, Srbija <sup>2</sup>Laboratorija za termotehniku i energetiku, Institut za nuklearne nauke "Vinča", Univerzitet u Beogradu, Beograd, Srbija <sup>3</sup>Tehnološki fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija

# Primena metode diskretnih elemenata za simulaciju procesa kretanja čestica u statičkim mešalicama

Originalni naučni rad

Mešanje praškastih materijala, čestica ili granula je od izuzetnog ekonomskog značaja u raznim granama industrije: prehrambenoj, procesnoj, hemijskoj, farmaceutskoj industriji. Efikasnost mešanja, dizajn opreme i parametri procesa mešanja imaju značajan uticaj na kvalitet i cenu poluproizvoda ili finalnog proizvoda. U ovom radu je korišćena metoda diskretnih elemenata Discrete Element Method za modeliranje kretanja čestica zeolita u statičkim mešalicama tipa Ross i Komax. Rezultati matematičkog modeliranja i numeričke simulacije su upoređeni sa odgovarajućim eksperimentalnim rezultatima na osnovu stepena pomešanosti mešavine, primenom kriterijuma relativne standardne devijacije. Zahvaljujući ovde postavljenom modelu urađena je optimizacija geometrije i parametara sistema mešanja uzimajući u obzir kvalitet procesa mešanja i cenu finalnog proizvoda.

Ključne reči: Discrete Element Method, statička mešalica, Ross, Komax, praćenje čestica

### Uvod

Statičke mešalice su efikasni i jeftini uređaji za mešanje, koji imaju široku primenu. Statičke mešalice koriste silu gravitacije kao pogonsku silu za mešanje različitih komponenti. Osnovni parametri statičkih mešalica su broj elemenata, brzina radnog fluida, pad pritiska i karakteristike mešalice.

Pregled literature na polju statičkih mešalica uključujući i najnovija poboljšanja, kao i primenu u industriji su analizirani u [1]. Statičke mešalice su se prvi put pojavile u industrijskoj primenu 70-tih godina prošlog veka. Prvi primer je patent opisan kao jedan elemenat, bez pokretnih elemenata koji se koristio za mešanje vazduha i gasovitih goriva [2]. Takođe se u literaturi pominje i jedna mešalica sa spiralnim elementima za poboljšanje mešanje u cevi [3], i drugi francuski patent koji se koristio za mešanje čvrstih materijala [4]. Elementi sa provođenjem toplote su patentirani

1

<sup>\*</sup> Odgovorni autor; elektronska adresa: milada@vinca.rs

ranih 1950-ih [5]. Prva komercijalna primena ovakvih uređaja je bila u petrohemijskoj industriji [6–8]. Danas postoji više od 30 komercijalnih modela na tržištu.

Detaljan pregled statičkih mešalica uzimajući u obzir mehanizam, upotrebu i karakteristične metode vezane za mešanje i prenos mase su dati u literaturi [9]. Statičke mešalice mogu biti šuplje cevi ili kanali specifične geometrije, koje utiče na strukturu strujanja, poboljšavaju prenos mase i toplote u poprečnom pravcu. Najpoznatije komercijalne mešalice su: (1) Kenics (Chemineer Inc.), (2) mešalice koje rade sa niskim padom pritiska (LPD) (Ross Engineering Inc.), (3) SMV (Koch-Glitsch Inc.), (4) SMH (Koch-Glitsch Inc.), (5) SMHL (Koch-Glitsch Inc.), (6) ISG (Ross Engineering Inc.), (7) HEV Chemineer Inc., (8) Inliner series 50 (Lightnin Inc.), (9) Inliner series 45 (Lightnin Inc.), (10) Komax (Komax system Inc.), i (11) SMP (Koch-Glitsch Inc.). Kvantitativno poređenje performansi statičkih mešalica je detaljno analizirano u [10]. U ovom radu su upoređene različite mešalice u laminarnom režimu strujanja da bi se odredio optimalan dizajn korišćenjem dva kriterijuma: pad pritiska i dužina.

Osnovni parametri statičke mešalice su veličine mešalice i broj elemenata. Tipična industrijska primena statičke mešalice je data na sl. 1. Pužni transporter se koristi za transport



Slika 1. Šema industrijske primene statičke mešalice

(1) silos, (2) pužni transporter, (3) doziranje, (4) statička mešalica, (5) mešalica materijala do mešalice. Pre nego što počne proces mešanja, predmešanje se obavlja korišćenjem statičke mešalice.

Detaljan prikaz prethodnih rezultata u oblasti modeliranja procesa mešanja praškastih i granulastih materija je dao Brixvoter [11]. Akcenat je stavljen na radove vezane za matematičko modeliranje i numeričku simulaciju korišćenjem metode diskretnih elemenata DEM (Discrete Element Method). DEM se do sada koristio za opisivanje kretanja 10,000–250,000 čestica. U [12] je dat pregled radova iz oblasti diskretne simulacije čestica u poslednje dve decenije. Istraživanje se kategoriše u tri oblasti: pakovanje čestica, kretanje čestica i strujanje fluida i čestica. Naročito je obrađena mikro dinamika uključujući sile interakcije između čestica, čestica i fluida i čestica i zida. Metod tzv. mekane sfere (soft-sphere) su prvobitno razvijen [13] je prva tehnika dinamičke simulacije objavljena u literature.

DEM je numerička metoda koja se koristi za predviđanje kretanja i sudara čestica prilikom transporta. Svaka čestica se prati i modeliraju se svi sudari između čestica međusobno i između čestica i zidova. Čestice mogu da se preklapaju, a stepen preklapanja se koristi pri matematičkom modeliranju zajedno sa zakonom kontaktne sile za određivanje trenutne pozicije, orijentacije i brzine čestica. Ovde je korišćen linearni model opruga-prigušivač (linear spring-dashpot model). U ovakvom pristupu matematičkom modeliranju, dozvoljeno je da čestice trpe kratkotrajne deformacije, a te male deformacije se koriste za računanje elastičnih, plastičnih i sila trenja između čestica. Kretanje čestica se opisuje njutnovim zakonima

kretanja. Ovaj pristup je karakterističan po tome što uzima u obzir višestruke kontakte, koji su značajni za modeliranje kvazistacionarnih sistema.

Pregled najznačajnijih rezultata iz oblasti modeliranja kretanja čestica u mešalicama primenom DEM za različite geometrije dati su u radovima [14–18]. Strujanje fluida je takođe

modelirano i uzet je u obzir uticaj dinamike fluida na čestice. U [14] je sproveden proces simulacije za međučestičnu filtraciju. Korišćen je kod koji su razvili Cundall i Strack [13] sa standardnim jednačinama i parametrima materijala u kodu. Mnogo zahtevnija, u kompjuterskom smislu, je bila studija o ponašanju čestica u V-mešalici primenom DEM, koju su razvili Lemieux i dr. [15]. Oni su povećali dužinu mešanja na 120 s i broj čestica na 225,000, što je do sada maksimalna vrednost broja čestica ikada objavljena.

Lagrange-ova tehnika praćenja čestica se koristi u mnogim studijama da bi se odredile karakteristike procesa mešanja u različitim sistemima [19, 20].

Postoji i veliki broj radova u kojima se proces mešanja modelira primenom spregnutog modela DEM i CFD (Computational Fluid Dynamics), kako bi pratili uticaj strujanja fluida na kretanje čestica, [12, 16–18, 21–24].

Detaljan pregled i definicija kvaliteta mešanja, mehanizma mešanja, mogućnosti izbora mešalice, kao i ispitivanje homogenosti mešanja dati su u [25].

Primena DEM analize zahteva mnogo računarskog vremena da se proračun izvrši u celosti, zbog opsežnog algoritma detekcije kontakta, pri čemu se javlja pitanje ograničenja dužine vremenskog koraka za numeričko rešavanje interakcije čestica nakon sudara. Ipak, numeričke simulacije i matematičko modeliranje su veoma moćno sredstvo za optimizaciju. Fokus ovog rada je bio da se optimizuje geometrija i da se uporede različite statičke mešalice. Komax i Ross mešalice su komercijalni proizvodi, sa poznatom geometrijom, koji se široko koriste u raznim granama industrije.

#### Opis geometrije i matematičkog modela

Kod statičkih mešalica, fluid se transportuje kroz cev u kojoj se nalaze stacionarne lopatice. Ova tehnika mešanja se koristi pri laminarnom protoku, pa su padovi pritiska tokom transporta mali. Za ispitivanje je korišćena statička mešalica sa dva tipa statičkih elemenata (mešalica Komax ili Ross, povezanih u seriji od 1, 2 ili 3 komada, sa ili bez segmenta za smirivanje protoka na izlazu). Vršeno je poređenje performansi mešanja proučavanjem putanju suspendovanih čestica kroz mešalicu.

Na sl. 2 prikazana je statička mešalica tipa Ross, korišćena za model (a) i korišćena za eksperiment (b).

Tehničke karakteristike mešalice tip Ross koja je korišćena pri ispitivanju su sledeće:

- segment, sl. 2, je izrađen od pleksiglas cevi spoljnjeg prečnika 60 mm.

- debljina cevi je  $\delta = 3$  mm.
- visina segmenta cevi je h = 60 mm.
- debljina elementa Ross izrađena je od pleksiglasa debljine 1,5 mm.

Za potrebe eksperimenta, a u cilju optimizacije procesa mešanja napravljeno je deset segmenata statičkog miksera, koji se međusobno spajaju, tako što se svaki sledeći segment rotira u odnosu na predhodni za 90 °C. Treba takođe napomenuti da je svaki sledeći segment prostorno suprotno orijentisan, te se kolona slaže naizmenično "levi", pa "desni" i još se prostorno zakreću za 90 °C.

Sledeći tip statičke mešalice tip Komax korišćen je za eksperiment i prikazan je na sl. 3.

Tehničke karakteristike mešalice koja je korišćena pri ispitivanju su sledeće: – segment, sl. 3, je urađen od pleksiglas cevi spoljašnog prečnika 60 mm.

- debljina cevi je  $\delta = 3$  mm.
- visina segmenta cevi je h = 60 mm.
- debljina elementa Komax izrađena je od pleksiglasa debljine 1,5 mm.



Slika 2. Statička mešalica tip Ross sa tri statička elementa, kao i element Ross-a korišćen u modelu (a); fotografija statičke mešalice sa tri segmenta koja je korišćena u eksperimentu (b)



Slika 3. Statička mešalica tipa Komax sa tri statička elementa korišćen u modelu, kao i element Komax-a i to levovojni i desnovojni (a), Fotografija statičke mešalice sa tri segmenta koja je korišćena u eksperimentu (b)

Ispitivanje homogenosti mešavine je urađeno na česticama od zeolita sfernog oblika crvene i plave boje, sa karakteristikama granule predstavljenim u tabl. 1 u daljem tekstu.

Kretanje čestica se modelira korišćenjem metode diskretnih elemenata (DEM). U DEM proračunu, prate se intrakcije čestica-čestica i čestica-zid, a položaji čestica se određuju

korišćenjem drugog njutnovog zakona kretanja. Kontakt između dve čestice se odigrava na malom prostoru konačne veličine, koji se pojavljuje usled deformacije čestica, što je ekvivalentno kontaktu dva kruta tela kod kojih je u DEM simulaciji proračunski dozvoljeno da se malo preklapaju [26]. Raspodela kontaktne sile otpora preko ove oblasti može da se razloži na komponentu u kontaktnoj ravni (ili tangencijalnoj ravni) i komponentu normalnoj na kontaktnu ravan, tako da kontaktna sila ima dve komponente: normalnu i tangencijalnu. Teško je opisati raspodelu kontaktne sile otpora nad ovim područjem, kao i zbir sila i obrtnog momenta koji deluje na česticu, pošto oni zavise od mnogih

Parametar	Vrednost
Dimenzije mešalice, <i>r l</i> (mm mm)	60 280
Broj čestica	30.000
Prečnik čestice, [mm]	2
DEM vremenski korak, [s]	5 10 <sup>-6</sup>
Koeficijent trenja čestice	0.3
Young-ov model elastičnosti	107
Poisson-ov odnos veličina čestica	0.25

Tablica 1. Uslovi simulacije i parametri

za modeliranje procesa

geometrijskih i fizičkih faktora kao što su oblik, osobine materijala i stanja kretanja čestica. Alternativno, DEM analiza u načelu pojednostavljuje modeliranje jednačina pošto uvodi pojednostavljenja da bi se izračunale snage i momenti koje proističu iz kontakta između čestica. Linearni modeli su najintuitivniji i najjednostavaniji modeli. Najčešće se prikazuju u formi linearnog modela sa oprugom i prigušnicom (spring i dashpot) [13], pri čemu se opruga koristi za predstavljanje elastičnih deformacija, dok se prigušnicom opisuju proračuni vezani za viskozne disipacije.

Čvrsta faza se tretira kao diskretna faza koju opisuje [13]. Prema ovom modelu, translacije i rotaciona kretanja čestice u bilo kom trenutku, *t*, mogu se opisati njutnovim zakonom kretanja:

$$m_i \frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} \quad f_{p-f,i} \quad \sum_{j=1}^{k_i} (f_{c,ij} \quad f_{d,ij}) \quad m_i g \tag{1}$$

i

$$I_i \frac{\mathrm{d}\omega_i}{\mathrm{d}t} = \int_{j=1}^{k_i} (T_{ij} - M_{ij})$$
(2)

gde su  $m_i$ ,  $I_i$ ,  $v_i$ , i  $v\varphi_i$ : masa, moment inercije, translaciona i rotacione brzina čestice *i*, respektivno.

Sile koje deluju na čvrstu materiju su sila interakcije fluid-materija,  $f_{n_f,i}$ , kontaktna sila koja nastaje usled interakcije čestica *i* i *j*,  $f_{c,ij}$ , sila viskoznog prigušenja,  $f_{d,ij}$ , i gravitaciona sila,  $m_ig$ . Ovaj proračun je detaljno opisan u [26].

Normalna kontaktna sila:

$$f_{cn,ij} = \frac{E}{3(1-v^2)} \sqrt{2R_i} \delta_n^{3/2} n \tag{3}$$

Normalna sila viskoznog prigušenja:

$$f_{dn,ij} = c_n \frac{3m_i E}{\sqrt{2(1-v^2)\sqrt{2R\delta_n}}} = v_{n,ij}$$
(4)

1/2

Tangencijalna kontaktna sila:

$$f_{ct,ij} = \frac{\mu_s f_{cn,ij}}{|\delta_t|} = 1 = 1 - \frac{\min\{\delta_t|, \delta_{t \max}| \right)^{3/2}}{\delta_{t,\max}} = \delta_t$$
(5)

Tangencijalna sila viskoznog prigušenja:

$$f_{dt,ij} = c_t \ 6m_i \mu_s f_{cn,ij} \frac{\sqrt{1 - \delta_t / \delta_t \max}}{\delta_{t,\max}} v_{t,ij}$$

$$v_{ij} \ v_j \ v_i \ \omega_j \ R_j \ \omega_i \ R_i$$
(6)

gde su:

$$\begin{array}{l} v_{n,ij} \quad (v_{ij} n)n \\ v_{t,ij} \quad (v_{ij} n) n \end{array}$$

Sila gravitacije je:

$$G_i \quad m_i g \tag{7}$$

U ovom modelu, sila interakcija fluida i čvrste faze uključuje sila viskoznog trenja ( $f_{D,i}$ ) i gradijent sile pritiska  $(f_{pg,i})$ . Zbir kontaktnih sila između  $k_u$  čestica u dodiru sa česticom i se računa kao:

$$f_{D,i} = 0.63 \quad \frac{4.8}{\text{Re}_{p,i}^{0.5}} \stackrel{2}{=} \frac{\rho_f |u_i - v_i| (u_i - v_i)}{2} \frac{\pi d_i^2}{4} \varepsilon_i^{\ \beta} \\ \text{Re}_{p,i} \quad \frac{d_i \rho_f \varepsilon_i |u_i - v_i|}{\mu_f} \\ \beta = 3.7 \quad 0.65 \text{exp} \frac{(15 - \log \text{Re}_{p,i})^2}{2} \end{cases}$$
(8)

gde je:

$$\varepsilon \quad 1 \quad \frac{i}{\Delta V_C}$$

Gradijent sile pritiska:

$$f_{pg,i} \quad V_{p,i} \quad P \tag{9}$$

Momenti sile, T<sub>ij</sub>, koje stvaraju tangencijalne sile izazvaju rotaciono kretanje čestica, pošto sile deluju na dodirne tačke između čestica i i j (kontaktne površine), a ne u centru čestica.  $M_{ij}$ je momenat sile trenja kotrljanja koji je u suprotnom smeru od rotacije i-te čestice.

Obrtni moment kotrljanja:

$$T_{ij} \quad R_i \quad (f_{ct,ij} \quad f_{dt,ij}) \tag{10}$$

Obrtni moment trenja:

$$M_{ij} \qquad \mu_r f_{ct,ij} \hat{\omega}_{ij} \tag{11}$$

Jednačine koje su se koristile u ovom proračunu za izračunavanje sila i momenata, (1)–(11) su već u velikoj meri standardizovane i navedeni su u [26]. Polje protok granula/prahova može da se dobije rešavanjem jednačine (1) i (11) postupkom integracije, za eksplicitno definisano vreme. Modeliranje toka čestica vrši DEM analizom na nivou svake individualne čestice.

Ovako koncipirani numerički proračuni su izvršeni za različite konfiguracije statičkih mešalica. U proračunu je prvi segment mešalice ispunjen sa 30.000 čestica. Šema mešalice je prikazan na (sl. 2 i 3). Ulaz je podeljen na dve komore, prva komora na ulazu u mešalicu je ispunjena sa 15.000 crvenih čestica, a druga komora je ispunjena sa 15.000 plavih čestica. Uticaj gravitacije je uzet u obzir i predstavlja silu koja potiskuje čestice na dno mešalice.

Modelom je predviđeno da je gustina čestica koje se oslobađa normalizovana srednjom brzinom fluida na ulazu. To znači da se najviše čestice oslobađa tamo gde je najveća ulazna brzina, a da se oslobađa manje čestice tamo gde je polje brzina slabije. Pretpostavlja se da je brzina gasa (vazduha) blizu nule, tako da je uticaj fluida na kretanje čestica minimalan.

#### **Opis eksperimenta**

Eksperimentalna aparatura se sastoji od statičke mešalice, slike 2(b) i 3(b), koji je napravljen od transparentnog pleksiglasa. Na ovoj aparaturi su rađeni različiti eksperimenti sa 1, 2 ili 3 Komax ili Ross elementa prečnika 60 mm, povezanih u jednoj koloni za mešanje granulastog materijala, sa ili bez pregrade na izlaznom segmentu. Slika 2(b), tj. 3(b) predstavlja 3 Ross elementa, tj. 3 Komax elementa, povezana u statičku mešalicu, bez pregrada na izlaznom segmentu. Gornji segment je podeljen na dve pregrade sa barijerom i na tom segmentu je ugrađena mobilna zaustava. Male obojene sferne granule zeolita su smešteni u obe pregrade (crvene granule u prvoj pregradi i plave granule u drugom odeljku). Segmenti 1, 2 ili 3 (svaki visine od 60 mm) su rotirani za 90 °C u odnosu na početni segment. Poslednja dva segmenta visine su 90 mm i 10 mm, respektivno. Prvi od ovih segmenata je ili šuplja cev, ili cev sa rešetkom na izlazu. Ova rešetka je korišćena da bi se neutralisalo kružno kretanje čestica u blizini zidova mešalice, usled centrifugalne sile. U eksperimentima, ova mreža je korišćena samo za konfiguraciju koja se sastoji od 3 elementa mešanja. Poslednji segment služio je za prihvat zeolitnih granula na izlazu iz mešalice, da bi se pokazao efekat mešanja izazvan kretanjem granula kroz mikser. Materijal koji se koristi u ovim eksperimentima su zeolit sfernog oblika. Karakteristike granula su predstavljene u tabl. 1.

### Parametri numeričke simulacije

Trodimenzionalno polje protoka je disketizovano u Dekartovim koordinatama. Rađene su četiri konfiguracije statičkih mešalica, koje se koriste za numeričke simulacije: (a) 3 Komax elementa, (b) 3 Komax elementa sa kvadratnim segmentom odvajanja, (v) 3 Ross elemenata, i (g) 3 Ross elementa sa kvadratnom mrežom na segmentu za smirivanje toka.

Tokom rešavanja bilansnih jednačina procesa u obliku sistema linearnih algebarskih jednačina, korišćenjem interacija, računska greška je držana u granici do 10<sup>-5</sup> u svakoj kontrolnoj zapremini. Vremenski korak za DEM je ograničen prirodnim periodom oscilacija sistema opruga-masa koji se koristi za modeliranje kontakata čestica. Ovaj vremenski korak bi trebalo da zadovolji sledeću jednačinu:

$$\Delta t_{\rm DEM} = \frac{1}{10} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{12}$$

gde je: m masa čestice i k krutost koeficijent. Uslovi simulacije i parametri procesa su dati u tabl. 1.

### Rezultati ispitivanja homogenosti kuglica zeolita primenom DEM simulacija nakon mešanja u statičkim mešalicama tipa Ross i Komax

Numeričke simulacije statičkih mešalica različitih geometrija i različitih parametara procesa mešanja su urađene u daljem toku istraživanja. Šeme statičkih mešalica tipa Ross i Komax su prikazane na sl. 2 i 3. Mehaničke osobine granula zeolita mogu se pronaći u literaturi [27, 28].

U nastavku rada sl. 4–7, prikazani su rezultati numeričke simulacije, eksperimenata, kao i poredjenje modela sa eksperimentalnim rezultatima za osam različitih reprezentativnih slučajeva (konfiguracije sa 1, 2 i 3- Ross elementa, zatim konfiguracije sa 1, 2 i 3 Komax elementa, 3-segmentna Ross mešalica sa dodatnom pregradom i 3-segmentna Komax mešalica sa dodatnom pregradom). Rezultati numeričke simulacije, uzimajući u obzir kvalitet mešanja su upoređeni sa eksperimentalnim rezultatima primenom kriterijuma relativne standardne devijacije, RSD, [15].



Slika 4. Poenkareove mape trajektorija čestica u različitim Poenkareovim presecima, (a) 3-segmentna Ross konfiguracija i (b) 3-segmentna Komax konfiguracija



Slika 5. Rezultat mešanja u tro-segmentnoj Ross konfiguraciji (a) eksperimentalno, (b) obrađena fotografija

kada se upoređivanje vrši za kvalitet procesa mešanja, u pogledu kriterijuma relativne standardne devijacije, RSD, [15]. Na osnovu rezultata matematičkog modeliranja sl. 4 primećuje se tendencija grupisanja čestica, a korišćenjem pregrade se onemogućava kretanje čestica po obodu, usled centrifugalne sile.

Poenkareov grafik, sl. 4, je korišćen da bi se predstavilo na koji način se čestice mešaju. Na Poenkareovom grafiku svaka pojedinačna tačka se boji odgovarajućom bojom na mestu prolaza te tačke kroz poprečnu ravan (poznate kao Poenkareov presek) normalnu na osu mešalice. Na sl. 4 prikazano je: (a) -3-segmenta Komax konfiguracija i (b) - 3 segmentna Ross konfiguracija mešalice, pri čemu su lokacije čestica prikazane u 11 Poenkareovih preseka. Parametar čestice "boja" je logička konstanta koja se koristi za označavanje početno dodeljene vrednosti boja čestice, u zavisnosti od položaja čestice: na pozicijama x < 0 (crvena) i x > 0 (plava). Dakle, čestice označene kao crvene imale su početni položaj x < 0, a čestice označene kao plave imale su početni položaj x > 0. Prva Poenkareova sekcija jasno ukazuje koje čestice na početku se nalaze na koordinatama x > 0. Pošto čestice počinju da prate polje brzina, oni počinju da se mešaju. Do kraja mešalice, čestice nisu potpuno izmešane - još uvek postoje značajni "džepovi" samo crvenih i samo plavih čestica.

Slika 4 prikazuje položaje pojedinačnih čestica na poprečnim presecima duž ose statičke mešalice i samo poslednja slika predstavlja rezultate celokupnog procesa mešanja. Kvalitet mešanja se poboljšava duž mešalice, kao što je prikazano na sl. 4.

U toku eksperimentalnog rada snimane su slike u boji, korišćenjem kamere Sony Power Shot A550, digitalnog fotoaparata za kućnu upotrebu. Sve snimljene fotografije su bile 24 bitne RGB (16,8 miliona boja) u formatu digitalne rezolucije 1024 768. Pri snimanju je korišćena "Makro" funkcija digitalnog fotoaparata, da bi se pokrila površina scene od

60 mm. Prilikom snimanja fotoaparatom, uzorci izmešanih materijala su postavljeni u komoru za snimanje, na belu salvetu, 15 cm



Slika 6. Rezultati numeričke simulacije (trajektorije čestica); (a) Komax, (b) Ross



Slika 7. RSD kriterijum za mešanje Ross i Komax mešalice

ispod okulara digitalnog fotoaparata. Salvete su korišćene kako bi se izbegli neželjeni efekti refleksije od zidova komore. Sa ovakvom pripremom, bilo je moguće da se snimanje slika obavlja u uslovima zanemarljivog osenčenja i bez svetlosnih refleksija.

Nakon izvršenih snimanja, dobijene slike se prebacuju na personalni računar u formi JPEG komprimovanih datoteka digitalnih slika. Potrebna količina memorije uveznih JPEG slika bila je u rasponu od 900 do 1250 kB. Praćenje zastupljenosti plavih i crvenih površina za svaku dobijenu sliku je vršeno korišćenjem originalno razvijenog računarskog programa. Podaci svake slike su prevedeni u trodimenzionalni niz brojeva, R (crveno), G (zeleno) i B (plavo), u rasponu od 0–255. Ovi podaci su obrađivani kako bi se pronašla boja posmatranih piksela i da se R, G i B vrednosti tih piksela prevedu na najbliže vrednosti čistih boja (tj. crvene ili plave). Slika 5 prikazuje rezultate eksperimenta mešanja za tro-segmentnu Ross konfiguraciju. Aproksimacija eksperimentalnih rezultata je neophodna da bi se uporedili eksperimentalni rezultati i rezultati matematičkog modelovanja. Originalni računarski kod je razvijen za ovu primenu.

Zahvaljujući DEM analizi bilo je moguće odrediti i trajektorije čestica, koje su grafički prikazane na sl. 6. Određena je i dužina trajektorija u svakom pojedinačnom slučaju.

Optimizacija procesa mešanja u ovom radu je rađena za različite konfiguracije mešalica, Ross i Komax, sa ili bez razdelnika. Proces mešanja zavisi od nekoliko parametara, kao što su geometrija mešalice i trajektorija čestica. Sa dužom putanjom čestice poboljšava se kvalitet procesa mešanja, ali predugim mešanjem mogu da se izazovu deformacije čestice i da dođe do razmeštanja, čime se dobija lošiji kvalitet mešanja. Veoma je važno da se pronađu optimalni parametri procesa mešanja. Putanja čestica se povećava dodavanjem jednog ili više elemenata mešanja, a numerička simulacija može da se koristi za ove proračune, kao moćan alat za traženje optimalne geometrije mešalice. Srednje dužine trajektorije za tro-segmentne Komax i Ross konfiguracije, bez pregrade, na osnovu numeričke simulacije iznosile su: 436 mm i 430 mm, respektivno.

Stepen mešanja i vreme koje je potrebno da se postigne prihvatljivi kvalitet mešavine može se predvideti korišćenjem predstavljenog DEM algoritma i eksperimentalnih merenja. U literaturi je predloženo nekoliko indeksa da bi se procenio stepen homogenosti smeše [15, 25]. U ovom radu korišćena je relativna standardna devijacija (RSD) za praćenje kvaliteta mešanja u toku procesa mešanja i na kraju mešanja. RSD je dobro poznat kriterijum kvaliteta mešanja u farmaceutskoj industriji, i definisan je kao:

$$RSD \quad \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\%, \quad \sigma \quad \sqrt{\frac{\prod_{i=1}^{M} (\bar{x} - x_i)^2}{M - 1}}$$
(13)

gde je *M* broj uzoraka,  $x_i$  – koncentracija uzorka i  $\overline{x}$  – prosečna koncentracija svih uzoraka.

Rezultati numeričke simulacije i eksperimentalnih procesa mešanja su predstavljeni na sl. 7. Mešanje počinje nakon što čestice napuste gornji segment, između 0 i 1 sekcije na sl. 7 (čim se ukloni mobilni zatvarač, omogućavajući da granula pada ka statičkoj mešalici). Čestice se brzo mešaju u prvom delu, kao što se vidi na slici, da bi se dostigao stepen mešanja od 20–27% na izlazu. Elementi za mešanje tipa Komax pokazuju bolje rezultate mešanja u ovom odeljku (20–22%, za DEM, kao i za eksperimentalne rezultate) u odnosu na Ross (24–27%), što je i bilo za očekivanje zbog geometrijski zakrivljenih površina. Komax elementi za mešanje bio je efikasniji i nakon drugog i trećeg segmenta, postigavši kvalitet mešanja od 6–8% i 4–5% na izlazu, dok je kvalitet mešanja za Ross konfiguracije bio svega 11–13% i 5–6% na izlazu. Mali, ali stabilan pad u kvalitetu mešanje se primećuje i za Komax i Ross mešalice na DEM simulaciji, što se može videti na sl. 7 (između segmenata 4 i 5). Do ovoga dolazi usled dejstva centrifugalne sile koja utiče na kretanje granula koje izlaze iz mešalice. Smanjenje kvaliteta mešanja je još očiglednije u Komax konfiguraciji, kao što se vidi na sl. 7, zbog specifične geometrije ovih elemenata za mešanje. Upotrebom pregrade sa kvadratnim otvorima omogućava se da kvalitet mešanja ostane stalan nakon što granule napuste treći element za mešanje.

Na osnovu sl. 7 se može zaključiti da su Komax mešalice pokazale bolje rezultate pri mešanju, u odnosu na Ross, ali je geometrija Komax mešalice znato kompleksnija i teže je napraviti. Komax je primenljiv kada visina instalacija mora biti niska, ali je upotreba Ross mešalice finansijski prihvatljivija. Upotreba pregrada sa rupama kvadratnog preseka je preporučljiva, da bi se smanjilo odvajanje (segregacija) granula.

### Zaključak

U ovom radu je predstavljen metod određivanja kvaliteta mešanja na osnovu kriterijuma RSD za različite konstrukcije statičkih mešalica primenom metode diskretnih elemenata. Rezultati su upoređeni sa eksperimentalnim rezultatima, koji su izvedeni na specijalno dizajniranim mešalicama napravljenim od providnog pleksiglasa. Ustanovljeno je da je moguće sprovesti optimizaciju geometrije i dizajna mešalice i na taj način uticati na dužinu trajektorije koju napravi čestica i na sam kvalitet procesa mešanja. Komax mešalice su pokazale bolje rezultate pri mešanju, u odnosu na Ross, ali kompleksnost Komax geometrije podrazumeva i veća finansijska sredstva za pravljenje ovakve mešalice. Komax je primenljiv kada je ograničena visina instalacija, ali je upotreba Ross mešalice finansijski prihvatljivija. Upotreba pregrada sa rupama kvadratnog preseka je preporučljiva u oba slučaja, da bi se smanjilo odvajanje (segregacija) granula.

### Zahvalnost

Ovaj rad je nastao kao rezultat rada na projektu TR31055 "Osmotska dehidratacija hrane-energetski i ekološki aspekti održive proizvodnje" finansiranom od strane Ministarstva za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije.

### Oznake

- $f_{c,ii}$  kontaktna sila koja nasteje usled interakcije čestica *i* i *j*, [N]
- $f_{d,ij}$  sila viskoznog prigušenja, [N]
- $f_{n f,i}$  sila interakcije fluid-materija, [N]
- $f_{pg,i}^{-}$  gradijent sile pritiska, [N]
- g gravitaciono ubrzanje, [ms<sup>-2</sup>]
- *h* visina segmenta cevi, [m]
- $I_i$  moment inercije, [kgm]
- M broj uzoraka
- M<sub>ij</sub> obrtni moment trenja, [Nm]
- $m_i$  masa čestice, [kg]
- RSD relativna standardna devijacija
- $T_{ii}$  obrtni moment kotrljanja, [Nm]
- *t* vremenski trenutak, [s]
- $x_i$  koncentracija uzorka *i*
- $\overline{x}$  prosečna koncentracija svih uzoraka

#### Grčki simboli

 $\delta$  – debljina cevi, [m]

t<sub>DEM</sub> - vremenski korak pri DEM simulaciji, [s]

- translaciona brzina čestice *i*,  $[ms^{-1}]$  $V_i$
- rotaciona brzina čestica *i*, [rads<sup>-1</sup>]  $\omega$ :

### Literatura

- Thakur, R. K., et al., Static Mixers in the Process Industries A Review, Trans IChemE, 81 Part [1] A, (2003), 787-826
- Sutherland, W. S., Improvement in Apparatus for Preparing Gaseous Fuel, UK Patent 1784, [2] 1874
- \*\*\*, Les Consommateurs de Petrole, Dispositif pour le me ´lange de deux ou plusieurs fluides, [3] French Patent, 735 (1931), 033
- Bakker, M. J., Dispositif pour preparer du beton ou une matiere analogue, French Pat ent 959 [4] (1949), 155
- Lynn, R. S., Turbulator, US Patent 2,852,042, Assigned to The Garrett Corporation, 1958 [5]
- Stearns, R. F., Method and Apparatus for Continuous Flow Mixing, US Patent 2,645,463, As-[6] signed to Standard Oil Development Company, 1953
- Beasey, T.M., Plate Type Fluid Mixer, US Patent 3,382,534, Assigned to Monsanto Company [7] 1968
- [8] Tollar, J. E., Interfacial Surface Generator, US Patent 3,239,197, Assigned to The Dow Chemical Company, 1966
- Ghanem, A., Static Mixers: Mechanisms, Applications and Characterization Methods A [9] Revienj, Chemical Engineering Research and Design, 92 (2014), 205-228
- [10] Meijer, H. E. H., Singh, M. K., Anderson, P. D., On the Performance of Static Mixers: A Quantitative Comparison, Progress in Polymer Science, 37 (2012), 1333-1349
- [11] Bridgwater, J., Mixing of Powders and Granular Materials by Mechanical Means A Perspective, Particuology, 10 (2012), 397-427
- [12] Zhu, H. P., Discrete Particle Simulation of Particulate Systems: A Review of Major Applications and Findings, Chemical Engineering Science, 63 (2008), 5728-5770
- [13] Cundall, P. A., Štrack, O. D. L., A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies, Geotechnique, 29 (1979), 47-65
- [14] Pierce, M. E., PFC3D Modeling of Inter-Particle Percolation in Caved Rock under Draw, Numerical Modeling in Micromechanics Via Particle Methods, Proceedings, 2nd International PFC Symposium, Kyoto, Japan, October 2004, Eds. Y. Shimizu et al., Leiden: Balkema (2004), 149-156
- [15] Lemieux, A., et al., Large-Scale Numerical Investigation of Solids Mixing in a V-Blender Using the Discrete Element Method, Powder Technology, 181 (2008), 205-216
- [16] Neuwirth, J., et al., CFD-DEM Study and Direct Measurement of the Granular Flow in a Rotor Granulator, *Chemical Engineering Science*, 86 (2013), 151-163 [17] Tsuju, Y., Kawaguchi, T., Tanaka, T., Discrete Particle Simulation of Two-Dimensional
- Fluidized Bed, Powder Technology, 77 (1993), 79-87
- [18] Liu, D., Bu, C., Chen, X., Development and Test of CFD-DEM Model for Complex Geometry: A Coupling Algorithm for Fluent and DEM, Computers and Chemical Engineering, 58 (2013), 260-268
- [19] Hobbs, D. M., Muzzio, F. J., Reynolds Number Effects on Laminar Mixing in the Kenics Static Mixer, Chem. Eng. J., 70 (1998), 2, 93-104
- [20] Kumar, V., Shirke, V., Nigam, K. D. P., Performance of Kenics Static Mixer over a Wide Range of Reynolds Number, Chem. Eng. J., 139 (2008), 2, 284-295
- [21] Chu, K. W., et al., CFD-DEM Simulation of the Gas-Solid Flow in a Cyclone Separator, Chemical Engineering Science, 66 (2011), 834-847
- [22] Su, J., Gu, Z., Xu, X. Y., Discrete Element Simulation of Particle Flow in Arbitrarily Complex Geometries, Chemical Engineering Science, 66 (2011), 6069-6088
- [23] Remy, B., Khinast, J. G., Glasser, B. J., Polydisperse Granular Flows in a Bladed Mixer: Experiments and Simulations of Cohesionless Spheres, Chemical Engineering Science, 66 (2011), 1811-1824
- [24] Jovanović, A., et al., DEM/CFD Analysis of Granular Flow in Static Mixers, Powder Technology, 266 (2014), 240-248

*A. Jovanović i dr.*: Primena metode diskretnih elemenata za simulaciju procesa kretanja ... TERMOTEHNIKA, 2015, XLI, 2, 0-0

- [25] Poux, M., Fayolle, P., Bertrand, J., Powder Mixing: Some Practical Rules Applied to Agitated Systems, *Powder Technology*, 68 (1991), 213-234
- [26] Zhu, H. P., et al., Discrete Particle Simulation of Particulate Systems: Theoretical Developments, Chemical Engineering Science, 62 (2007), 3378-3396
- [27] Perry, R., Green, D., Perry's Chemical Engineering Handbook, 7th ed., McGraw-Hill, 1997
- [28] Lin, J., Shu, X. F., Dong, J. X., The Experimental Determination of Mechanical Properties of Zeolite Ferrierite Crystal, *Materials Letters*, 59 (2005), 12, 1595-1597

#### Abstract

## **DEM Analysis of Particle Transport in Static Mixers**

by

Aca JOVANOVIĆ<sup>1</sup>, Milada PEZO<sup>2\*</sup>, Lato PEZO<sup>1</sup>, Ljubinko LEVIĆ<sup>3</sup>, and Biljana LONČAR<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institute of General and Physical Chemistry, University of Belgrade, Belgrade, Serbia <sup>2</sup>Laboratory for Thermal Engineering and Energy, Vinča Institute of Nuclear Sciences, University of Belgrade, Belgrade, Serbia

<sup>3</sup>Faculty of Technology, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia

Mixing of powders, particles and/or granules obtain an economic importance of various technologies, food industry, pharmaceutical and chemical industry. Mixing process greatly influence on quality and the price of the final product. In this study, discrete element method (DEM) is used for modeling granular flow in various multiple Komax and Ross mixing applications. The aim of this paper is to predict behavior of particles in various static mixers. The results of the numerical simulation are compared with appropriate experimental results. Quality of the mixing process is analyzed using relative standard deviation (RSD) criteria. Application of this model provide the optimization of the geometry and parameters of mixing systems taking into account the quality of the mixing process and the cost of the final product.

Key words: DEM, static mixer, Ross, Komax, particle tracking

\* Corresponding author; e-mail: milada@vinca.rs

Rad primljen: NEDOSTAJE Rad revidiran: NEDOSTAJE Rad prihvaćen: NEDOSTAJE