

ANALIZA RADA SISTEMA ODRŽAVANJA PRIMENOM TEORIJE MASOVNOG OPSLUŽIVANJA

Veljko P. Petrović, Ministarstvo odbrane
Uprava za odbrambene tehnologije SMR, Beograd
Veselin L. Mrdak, Vojska Srbije,
Tehnički opitni centar, Beograd
Branka R. Luković, Ministarstvo odbrane,
Uprava za odbrambene tehnologije SMR, Beograd

DOI: 10.5937/vojtehg61-2001

OBLAST: matematika (teorija masovnog opsluživanja)
VRSTA ČLANKA: stručni članak

Sažetak:

U radu je izvršena analiza mogućih modela i uslova za primenu Teorije masovnog opsluživanja radi sagledavanja odnosa između klijenata koji traže opslugu i kanala koji ih opslužuju, kao i dimenzioniranja tehnoloških elemenata u optimalnom režimu za posmatrani sistem održavanja. Na osnovu stvarnih prikupljenih podataka i statističke analize intenziteta dolazaka i opsluživanja borbenih vozila u radionici za tehničko održavanje, izvršeno je matematičko modelovanje realnih procesa opsluživanja i kvantifikovanje pojedinih parametara rada sistema održavanja radi utvrđivanja slabosti postojećih modela i potrebnih korektivnih akcija.

Ključne reči: sistem masovnog opsluživanja, tehnološki zahtev, tehnološki element, opsluživanje, održavanje.

Uvod

Razvoj nauke, tehnike, ekonomije i vojnih nauka uslovljava projektovanje složenih sistema i primenu automatizacije u svim oblastima ljudske delatnosti. Život u savremenom industrijskom društvu praćen je stalnim rastom industrijske proizvodnje, stanovništva i potrošnje i proizvodi neminovno svakodnevno čekanje u redu da bi se obavila neka aktivnost ili primila usluga, što je uticalo na formiranje teorije masovnog opsluživanja (Ilić, Andrejić, 2011, pp.93-115).

Jedan od aktuelnih logističkih problema gde se može razmotriti mogućnost primene matematičkog modelovanja Teorije masovnog opsluživanja jeste optimizacija postojećeg sistema održavanja. Optimizacija pomenutog sistema sa aspekta ekonomičnosti i efikasnosti, a uz upotrebu

savremenih tehnika, metoda, softvera i opreme (Andrejić, 2001, pp.36-52) trebalo bi da se odvija na sledeći način:

- efikasno opsluživanje klijenata i dobijanje pouzdanih podataka o parametrima stanja posmatranog sistema održavanja;
- smanjenje broja radionica za tehničko održavanje;
- optimizacija broja lica potrebnih za opsluživanje klijenata;
- centralizovano i automatizovano praćenje parametara stanja sistema održavanja, uz primenu kvalitetnog informacionog sistema (Andrejić, et al, 2010, pp.33-61) za upravljanje i nadzor.

Rešavanjem mnogih praktičnih problema u okviru procesa održavanja, tehnološki zahtevi (TZ) za održavanje pojavljuju se sa karakteristikama koje imaju obeležja stohastičnosti i stacionarnosti. Ova obeležja pružaju mogućnost da se pod određenim uslovima koristi Teorija masovnog opsluživanja (TMO) radi dimenzioniranja tehnoloških elemenata (TE) u posmatranom sistemu održavanja.

Sama analiza sistema masovnog opsluživanja (SMO) podrazumeva analizu ulaznog potoka klijenata, vremena čekanja i broja klijenata u redu, vremena opsluživanja, kao i izlaznog potoka klijenata.

Prost potok ima poseban značaj u teoriji masovnog opsluživanja, jer su, u praksi (Vukadinović, 1988), ulazni potoci klijenata često prosti, ali i zato što se pri zameni potoka proizvoljne strukture prostim potokom dobijaju zadovoljavajući rezultati.

Prost potok događaja je Poasonov (*Poisson*) potok događaja koji poseduje osobinu stacionarnosti, tj. potok događaja koji poseduje osobine ordinarnosti, odsustva posledica i stacionarnosti.

Mnogi proračuni izvedeni pri rešavanju različitih zadataka TMO ukazuju na to da se u najvećem broju slučajeva mogu dobiti zadovoljavajuća rešenja ako se pretpostavi da su potoci klijenata Poasonovi.

Kod Poasonovog potoka broj događaja X , koji se realizuju na proizvoljnom intervalu $(t, t + \tau)$ ima Poasonovu raspodelu:

$$P_{t,\tau}(X = m) = \frac{[a(t, \tau)]^m}{m!} e^{-a(t, \tau)} \quad (1)$$

gde je $a(t, T)$ srednji broj događaja za vreme T .

Vreme opsluge predstavlja osnovnu karakteristiku rada svakog pojedinog kanala opsluživanja u odnosu na klijenta koga opslužuje.

Niz slučajeva iz realnih projekata pokazuje da vreme opsluge može biti različito i u situacijama kada identične zahteve opslužuje jedan isti radnik. Prema tome, u većini slučajeva vreme opsluživanja (T) je slučajna promenljiva čija je potpuna karakteristika opisana funkcijom raspodele:

$$F(t) = P(T < t), \quad t \geq 0 \quad (2)$$

Bez detaljnog proučavanja funkcionisanja kanala prilikom opsluživanja određenog klijenta ne može se unapred tvrditi kakav konkretni oblik ima funkcija raspodele $F(t)$. Generalno, vreme opsluživanja različitih kanala u posmatranom sistemu opsluživanja može se okarakterisati različitim funkcijama raspodele verovatnoća.

U teorijskim razmatranjima i mnogim praktičnim proračunima analiziraju se slučajevi gde se vreme opsluživanja podvrgava eksponencijalnoj raspodeli verovatnoća, definisanoj funkcijom i gustinom raspodele sledećeg oblika:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}, f(t) = \mu e^{-\mu t}, t \geq 0 \quad (3)$$

pri čemu parametar μ predstavlja intenzitet opsluživanja (u našim razmatranjima intenzitet održavanja) i ima jednostavan fizički smisao: recipročna vrednost veličine μ jednaka je srednjem vremenu opsluživanja (matematičko očekivanje vremena opsluživanja):

$$M(t) = \int_0^{\infty} t \cdot dF(t) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \frac{1}{\mu} \quad (4)$$

Praktična razmatranja su pokazala da ova raspodela dobro opisuje slučajeve u kojima se veći broj klijenata opslužuje za kraće vreme, a manji je broj onih klijenata koje treba duže opsluživati.

Pored navedenog, praksa je takođe pokazala da se vreme opsluge može često opisati Erlangovom raspodelom, čije su gustina, matematičko očekivanje i disperzija sukcesivno:

$$f(t) = \frac{(\mu k)^k}{(k-1)!} \cdot t^{k-1} \cdot e^{-\mu k t}, t \geq 0, M(t) = \frac{k}{\mu}, D(T) = \frac{1}{k\mu^2} \quad (5)$$

gde je k broj događaja.

Kako propusna moć i druge karakteristike procesa opsluživanja relativno malo zavise od oblika zakona raspodele vremena opsluživanja, već uglavnom od njegove srednje vrednosti, u TMO se, posebno zbog jednostavnosti primene u modelima, najčešće koristi eksponencijalni zakon vremena opsluge klijenata.

Matematički modeli SMO primenljivi na proces održavanja

Postoji veliki broj matematičkih modela razvijenih u okviru TMO za analiziranje odnosa između klijenata koji traže opslugu i kanala koji ih opslužuju. U matematičkim modelima masovnog opsluživanja uobičajeno je da se kao ulazi koriste sledeći parametri:

- λ – intenzitet ulaznog potoka,

- μ – intenzitet opsluge od strane TE,
- n – broj kanala, tj. TE,

a kao izlazi:

- P_{ops} – verovatnoća opsluge TZ,
- k_r – srednji broj TZ u redu za opslugu,
- t_r – srednje vreme boravka TZ u redu.

U praksi, prilikom dimenzioniranja sistema, najčešće se traži broj kanala, tj. $TE(n)$ potrebnih za opsluživanje TZ, a u pojedinim situacijama intenziteti λ i μ . Shodno tome, sve relevantne veličine mogu se pojaviti i kao ulazi i kao izlazi, što je uslovljeno konkretnom situacijom. Činjenica koja mora biti prisutna prilikom razrade modela je da broj veličina koje su nepoznate (*izlazi*) ne bude veći od relacija koje teorija masovnog opsluživanja može omogućiti. U tabelarnom prikazu dat je pregled osnovnih karakteristika SMO i njihovo ponašanje u zavisnosti od funkcije u sistemu koja se analizira.

Pregled osnovnih karakteristika SMO

Tabela 1

Review of the MSS key characteristics

Table 1

Karakteristike SMO	Ulaz	Izlaz
λ - intenzitet ulaznog potoka (TZ/jedinici vremena)	intenzitet ulaznog potoka TZ koji ulaze u sistem opsluge	intenzitet ulaznog potoka koji SMO može da „izdrži”
μ – intenzitet opsluge od strane TE (TZ/jedinici vremena)	intenzitet opsluge jednog kanala (produktivnost TE)	potrebna proizvodnost TE (μ)
IS – interval strpljivosti TZ na početku opsluge	vremenski interval u kojem klijent ne trpi štetu od čekanja na opslugu	neophodan interval strpljivosti da bi sistem bio stabilan
n – broj kanala (TE)	raspoloživost broja kanala (TE) u sistemu	potreban broj kanala u sistemu
P_{ops} – verovatnoća opsluge TZ	zadata verovatnoća opsluge TZ	ostvarena verovatnoća opsluge klijenta (TZ)
Karakteristike SMO	Ulaz	Izlaz
k_r – srednji broj TZ u redu za opslugu	-	srednji broj TZ koji čekaju u redu za opslugu
$F_{TZ}(x)$ – raspodela verovatnoća broja TZ u redu	-	raspodela verovatnoća broja TZ koji čekaju na opslugu
t_r – srednje vreme boravka TZ u redu	dozvoljeno srednje vreme čekanja (TZ) na opslugu	srednje vreme koje klijent (TZ) provede u redu za opslugu
m – srednji broj mesta u redu	maksimalno mogući broj mesta u redu za čekanje	potreban broj mesta u redu za čekanje TZ na opslugu

U prethodnom delu naglašeno je da je teorija masovnog opsluživanja razvijena uz pretpostavku stohastičnosti i stacionarnosti posmatranog sistema, pa se kao takva može uspešno koristiti za dimenzioniranje tehnoloških elemenata sistema održavanja, kada su ispunjene pretpostavke pod kojima je sistem razvijan. U uslovima prisutne nestacionarnosti, za dimenzioniranje tehnoloških elemenata mogu se koristiti postojeći matematički modeli uz prethodni izbor merodavnog vremenskog intervala u kojem je stacionarnost zastupljena.

Pored stohastičnosti i stacionarnosti, prema S. Vukićeviću (Vukićević, 1995), osnovni uslovi za primenu TMO su i:

- merodavne veličine za dimenzioniranje TE sistema održavanja moraju biti prisutne u matematičkom modelu, uz obezbeđenje odgovarajućeg matematičkog aparata kojim se dimenzioniranje može obaviti,
- da se TZ u sistemu održavanja pojavljuju i opslužuju na način koji pokriva teoretske raspodele verovatnoća, za koje su razvijeni odgovarajući matematički modeli,
- matematički modeli, po pravilu, moraju respektovati mogućnost za nastajanje reda i čekanje na opslugu,
- matematički modeli svojim ostalim pretpostavkama moraju biti u saglasnosti sa suštinom procesa koji se stvarno dešava u sistemu održavanja,
- matematički modeli moraju uvažiti prisustvo intervala strpljivosti ukoliko on postoji.

U sistemima održavanja karakteristično je prisustvo većeg broja situacija koje se mogu rešavati primenom TMO, od kojih se posebno izdvajaju sledeće:

MO_1 – nestrpljivi zahtevi i odsustvo ispomoći TE (kada nema mogućnosti da klijent bude opsluživan jednovremeno od više kanala);

MO_2 – strpljivi zahtevi i odsustvo ispomoći TE (kada nema mogućnosti da klijent bude opsluživan jednovremeno od više kanala), i koja je predmet našeg interesovanja;

MO_3 – nestrpljivi zahtevi i potpuna ili delimična ispomoć TE (kada je moguća jednovremena opsluga jednog klijenta od strane svih ili većeg broja raspoloživih kanala);

MO_4 – strpljivi zahtevi i potpuna ili delimična ispomoć TE (kada je moguća jednovremena opsluga jednog klijenta od strane svih ili većeg broja raspoloživih kanala).

Primenjen model SMO za opsluživanje rada radionice za tehničko održavanje

Rad radionice za tehničko održavanje analiziran je sa aspekta opsluživanja borbenih vozila (b/v) koja su, u većini slučajeva, dolazila u slučajnim momentima vremena. Posmatran je period od tri godine u izabranoj jedinici.

Radionica za tehničko održavanje posmatrana je kao SMO sa čekanjem u kojem klijent (TZ), kada zatekne sve kanale zauzete, ne dobija otkaz, već staje u red i čeka oslobađanje kanala, tj. potrebno vreme za čekanje veće je od intervala strpljivosti na početku usluge.

Iako posmatrana radionica za tehničko održavanje predstavlja zatvoren SMO u okviru višeg – logističkog sistema, uvažavajući tvrdnju S. Vukadinovića (Vukadinović, 1988) da „proizvoljan SMO, otvoren ili zatvoren, ima ograničen broj izvora klijenata, ali u nizu slučajeva broj tih izvora klijenata je tako veliki da se može zanemariti uticaj stanja samog SMO na potok klijenata”, pretpostavka je da se radionica analizira kao otvoren SMO zbog velikog broja izvora klijenata i dužeg perioda posmatranja (tri godine).

Isti autor takođe naglašava da su ključne osobine prostog potoka: ordinarnost, odsustvo posledica i stacionarnost u mnogim slučajevima narušene.

Tako, u našem slučaju, pretpostavka ordinarnosti nije strogo ispunjena, jer se na elementarnom intervalu vremena Δt pojavljuje više od jednog klijenta – borbenog vozila, istina, u ređem broju slučajeva. Primera radi, u okviru izvršenja radnji prelaza sa jednog vida eksploatacije na drugi, pripreme za odlazak na teren i slično, narušena je pretpostavka ordinarnosti.

Pretpostavka odsustva posledica takođe se smatra nedovoljno zasnovanom. Prisutni su slučajevi gde pojava jednog događaja povlači za sobom pojavu drugih događaja. Tako, odlaganje planiranog TP izaziva odlaganje drugih preventivnih radnji; nedostatak rezervnih delova ima za posledicu nastanak slučajnih otkaza drugih sastavnih delova i kompletnog sredstva.

Takođe, veći broj različitih uticaja na posmatrani potok događaja narušava pretpostavku stacionarnosti. Ako se pojave posmatraju u relativno ograničenim intervalima, ta pretpostavka može da služi kao zadovoljavajuća osnova rešenja.

Prema Vukadinoviću (1988), „bez obzira na to što ova tri uslova nisu potpuno zadovoljena, pretpostavka o njihovom ispunjenju može da bude prihvatljiva realna osnova za proučavanje procesa masovnog opsluživanja”. Svesni prethodnih ograničenja, učinjen je pokušaj primene TMO na konkretnu jedinicu u svojstvu otvorenog, višekanalnog SMO sa čekanjem. Obradom podataka iz radioničke dokumentacije stvoreni su uslovi za analizu procesa, sagledavanje mogućnosti primene TMO, izvođenje zaključaka o empirijskoj raspodeli frekvencija različitih ulaznih potoka b/v i slaganje sa nekom od poznatih teorijskih raspodela itd., a u narednoj fazi dimenzioniranje TE u sistemu održavanja shodno postavljenoj funkciji cilja.

Izbor modela sistema održavanja može se odraziti na kvalitet i upotrebljivost rezultata. Pošlo se od pretpostavke da svaki mehaničar određene specijalnosti predstavlja jedan kanal opsluživanja u SMO, potpuno nezavisan od drugih, jer raspoloživi izvor podataka ne pruža mogućnost drugačijeg zaključivanja.

Analiza ulaznih potoka, posebno za tenkove i posebno za transportere, treba da da odgovor na pitanje da li je moguća primena TMO, a pre svega – da li su ispunjeni uslovi stohastičnosti i stacionarnosti.

Svako planiranje radnji preventivnog održavanja (tehnički pregledi, prelazi s jednog na drugi vid eksploatacije, kontrolni pregledi, periodični pregledi itd.) narušava stohastičnost procesa.

Prisustvom nestacionarnosti javlja se i dilema za koje stanje nestacionarnosti treba projektovati resurs. Svaku nestacionarnost obično prati tehnološka neusaglašenost TZ i TE koji treba da ih realizuju.

Prema Vukićeviću (1995), pitanju ocene da li je TZ stacionaran ili ne mora se prilaziti sa posebnom pažnjom i to u onoj vremenskoj jedinici koja ima presudan značaj za buduće dimenzioniranje TE, čijim delovanjem se realizuje jedan ili grupa TZ.

U okviru posmatranog SMO za relevantni interval opravdano je izabrati jedan od sledećih:

- prosečno vreme zadržavanja sredstva u SMO;
- interval od momenta nastanka otkaza do momenta preuzimanja na opsluživanje;
- interval u kojem je vrednost gotovosti (raspoloživosti) TMS na zahtevanom nivou i
- jedan dan, koliko sredstvo ostaje u SMO.

Prosečno vreme zadržavanja sredstva u SMO i vremenski interval od momenta nastanka otkaza do momenta preuzimanja na opsluživanje nisu prihvatljivi, jer snimljeni statistički uzorak ne daje mogućnost za takvu analizu.

Dužina intervala u kojem je vrednost gotovosti (raspoloživosti) TMS u zahtevanim granicama, predstavlja dobru polaznu osnovu. Prema podacima iz Standarda narodne odbrane (SNO 1096/85, 1986) zahtevana gotovost za složena mašinska TMS, klasifikovana kao bitna, iznosi 0,94. Kako je u posmatranoj jedinici bilo ukupno 114 tenkova i 92 transportera, prema zahtevanoj gotovosti može biti neipspravno najviše 7 tenkova i 6 transportera. U periodu od tri godine bilo je ukupno 1337 zahteva za održavanje tenkova i 1502 zahteva za održavanje transportera, pa se za relevantni interval može uzeti tri dana.

I, na kraju, interval od jednog dana se može razmatrati kao relevantni, jer se polazi od pretpostavke da se kroz dnevno planiranje aktivnosti najveći broj TZ realizuje onog dana kad su i nastali.

Analizirajući interval od jedan dan, posebno za tenkove, transportere i zbirno, utvrđeno je da nije ispunjena pretpostavka ordinarnosti, jer se u relevantnom intervalu pojavljuje broj TZ veći od jedan. Sa povećavanjem intervala na dva, tri, pet dana itd. ova pojava u još većoj meri dolazi do izražaja.

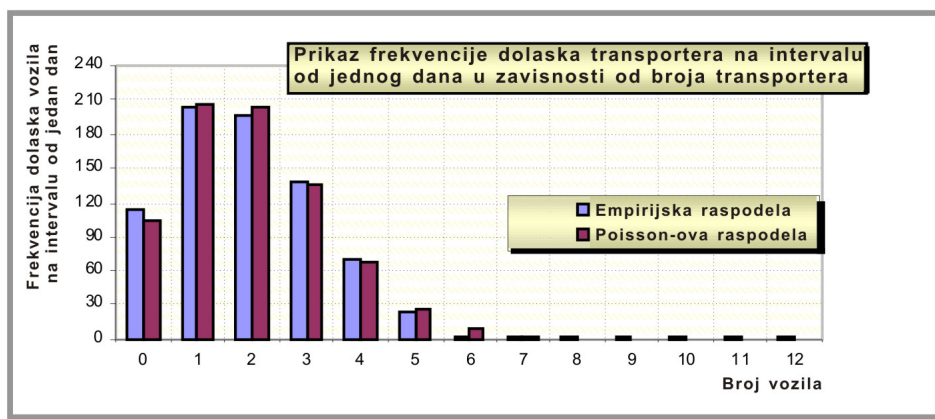
Uvažavajući navedene činjenice, primenjena je TMO, uz pretpostavku da se radi o „prostom toku”. Analizom podataka dobijeni su rezultati prikazani u tabeli 2 iz koje se vidi da se slučajna promenjiva X_i – broj vozila na dan, primenom hipoteze o slaganju empirijske i teorijske raspodele, u svim slučajevima podvrgava Poasonovoj raspodeli.

Ulazni i izlazni potok u SMO
Input and output stream of the MSS

Tabela 2
Table 2

Teh. sredstvo		Ulazni potok		Izlazni potok – opsluživanje			
Vrsta	Kol.	Raspodela	Intenzitet (λ)	Vrsta TE	Raspodela	Intenzitet (μ)	Faktor opsluge ($\rho = \lambda / \mu$)
BVP M-80A	1502	Poason	1,984	meh. za b/v	Erlangova drugog reda	0,9278	2,1384
				elmeh. za b/v	Eksponec.	2,0828	0,9525
				svi meh.	Erlangova drugog reda	0,6543	3,0318
Tenk (T-72 i M-84)	1337	Poason	1,766	meh. za b/v	Erlangova trećeg reda	0,7337	2,4069
				elmeh. za b/v	Exponenc.	1,8376	0,9610
				svi meh.	Erlangova trećeg reda	0,5334	3,3105
BVP M-80A Tenk (T-72 i M-84)	2839	Poason	3,750	meh. za b/v	-		
				elmeh. za b/v	Eksponec.	1,9536	1,91953
				svi meh.	-		

Prikaz frekvencije dolaska transportera na intervalu od jednog dana dat je na slici 1.



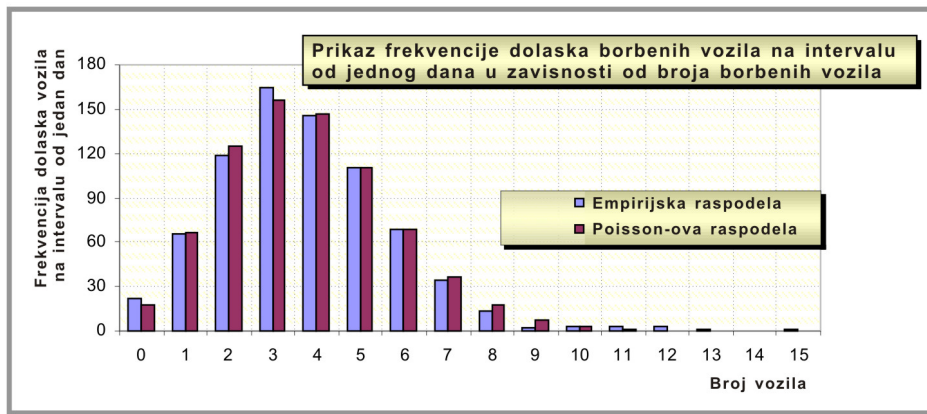
Slika 1 – Frekvencija dolazaka transportera BVP M-80A
 Figure 1 – Frequency of transporter arrivals – M-80A

Prikaz frekvencije dolaska tenkova u intervalu od jednog dana dat je na slici 2.



Slika 2 – Frekvencija dolazaka tenkova
 Figure 2 – Frequency of tank arrivals

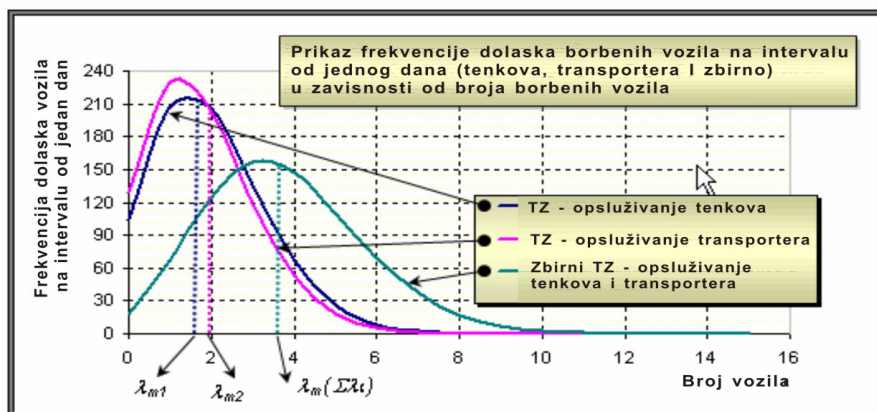
Na kraju je, kroz zbirni prikaz, grafički prikazana frekvencija dolaska b/v (transportera i tenkova) u intervalu od jednog dana, prema slici 3.



Slika 3 – Frekvencija dolazaka borbenih vozila
 Figure 3 – Frequency of combat vehicle arrivals

Na osnovu usvojenih pretpostavki, radionica se posmatra kao otvoreni SMO u kojem svaki mehaničar određene specijalnosti (TE) predstavlja jedan kanal za opsluživanje. Ako su svi kanali u momentu dolaska u radionicu zauzeti, b/v staje u red za čekanje. Kako sva b/v u jedinici moraju biti opslužena, to broj mesta u redu treba shvatiti uslovno.

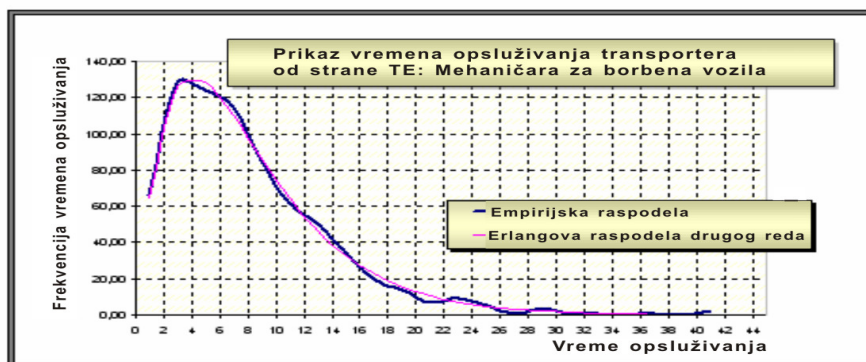
Na slici 4 prikazan je zbirni TZ, dobijen sabiranjem dva TZ, homogen u odnosu na TE koji opterećuje. Homogenizacija TZ, osim što smanjuje broj TE, može biti i važno mesto racionalizacije, jer se sabiranjem TZ mogu pojaviti „manje“ stohastički i „manje“ nestacionarni TZ.



Slika 4 – Frekvencija dolazaka borbenih vozila kao zbirni TZ
 Figure 4 – Frequency of c/v arrivals as collective TD

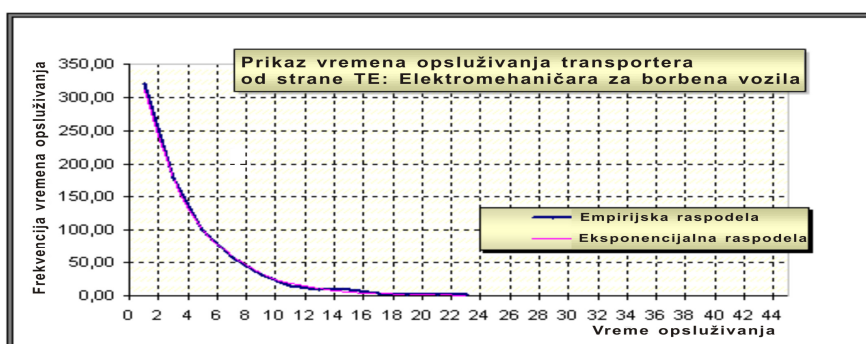
Osnovne karakteristike rada odeljenja za b/v (SMO) za izračunate vrednosti λ i μ su: kanali za opsluživanje (TE) od kojih je 5 mehaničara za b/v ($n_{meh}=5$) i 4 elektromehaničara za b/v ($n_{emeh}=4$), što odgovara realnoj situaciji, i broj mesta u redu za čekanje ($m=5$). U najvećem broju slučajeva vreme opsluge se podvrgava Erlangovom, odnosno eksponencijalnom zakonu raspodele verovatnoće. U SMO kod kojeg ulazni potok transportera BVP M-80 predstavlja „prost potok”, razmatrana su tri slučaja opsluživanja sa mehaničarima različite specijalnosti.

U prvom slučaju BVP M-80 opslužuje mehaničar za b/v. Grafički prikaz vremena opsluživanja prikazan je na slici 5.



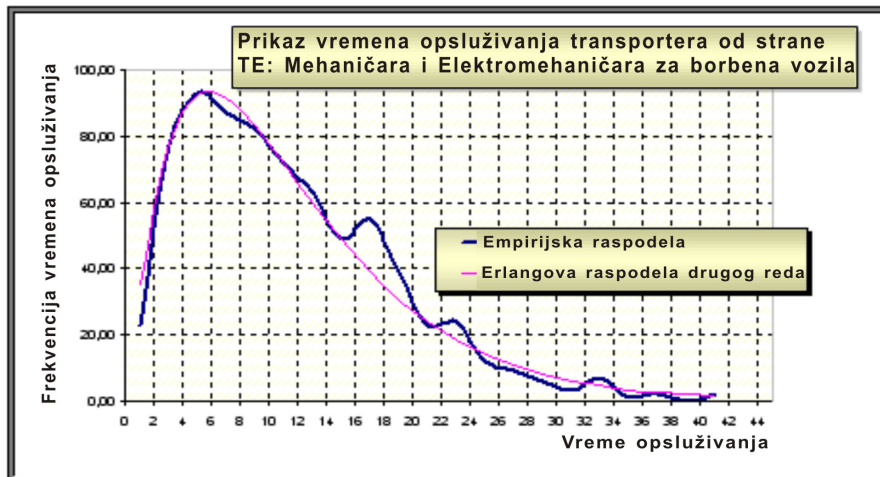
Slika 5 – Opsluživanje BVP M-80 koje vrše meh. za b/v
Figure 5 – M-80 served by mechanics for c/v

U drugom slučaju elektromehaničar za b/v opslužuje BVP M-80. Prikaz vremena opsluživanja dat je na slici 6.



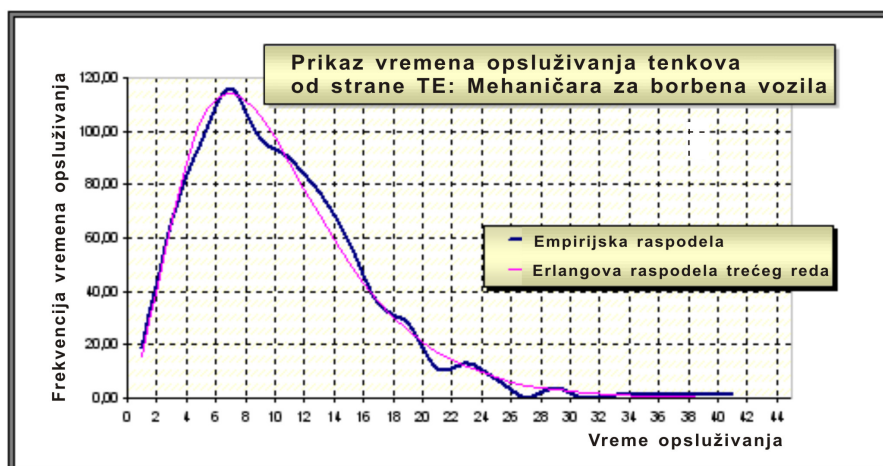
Slika 6 – Opsluživanje BVP M-80 koje vrše elektromeh. za b/v
Figure 6 – M-80 served by electro-mechanics for c/v

U trećem slučaju BVP M-80 opslužuju mehaničari i elektromehaničari za b/v. Grafički prikaz vremena opsluživanja transporterera BVP M-80 dat je na slici 7.



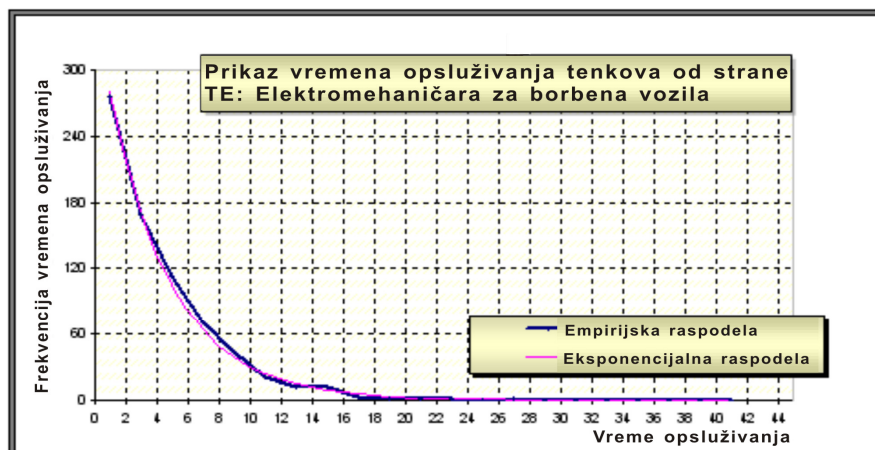
Slika 7 – Opsluživanje transporterera BVP M-80 koje vrše meh. i elektromeh. za b/v
 Figure 7 – M-80 served by mechanics and electro-mechanics for c/v

Analogno prethodnom, razmatran je ulazni поток tenkova (M-84), takođe u tri različita slučaja. U prvom slučaju tenkove opslužuje mehaničar za b/v. Prikaz vremena opsluživanja tenkova dat je na slici 8.



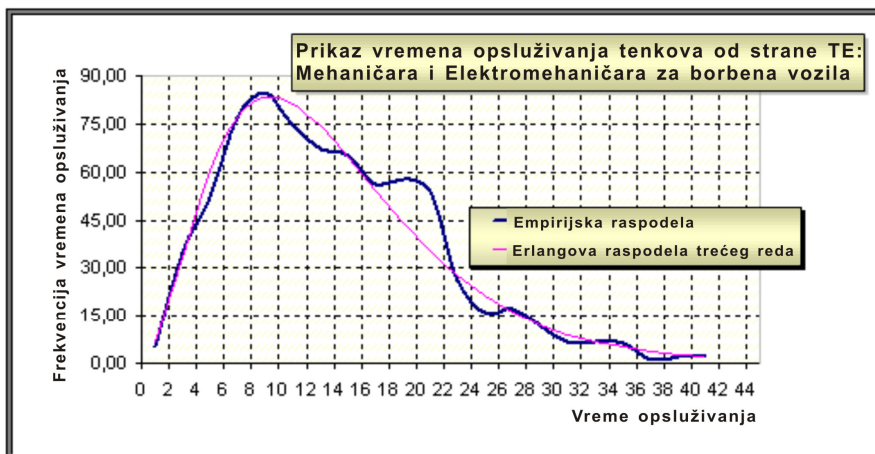
Slika 8 – Opsluživanje tenkova koje vrše meh. za b/v
 Figure 8 – Tanks served by mechanics for c/v

U drugom slučaju tenkove opslužuje elektromehaničar za b/v. Prikaz vremena opsluživanja dat je na slici 9.



Slika 9 – Opsluživanja tenkova koje vrše elektromeh. za b/v
 Figure 9 – Tanks served by electro-mechanics for c/v

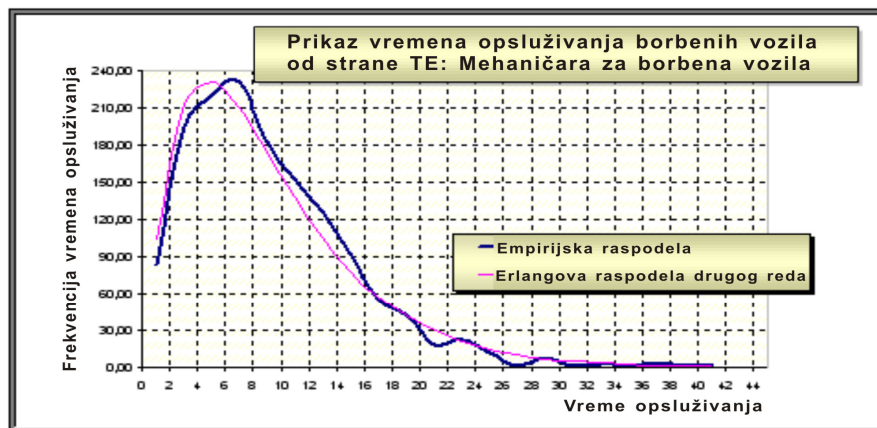
U trećem slučaju tenkove opslužuju mehaničari i elektromehaničari za b/v. Grafički prikaz vremena opsluživanja tenkova dat je na Slici 10.



Slika 10 – Opsluživanja tenkova koje vrše meh. i elektromeh. za b/v
 Figure 10 – Tanks served by mechanics and electro-mechanics for c/v

Konačno, analizirana su tri slučaja opsluživanja zbirnog ulaznog protoka transportera BVP M-80 i tenkova (M-84) koje vrše mehaničari različite specijalnosti.

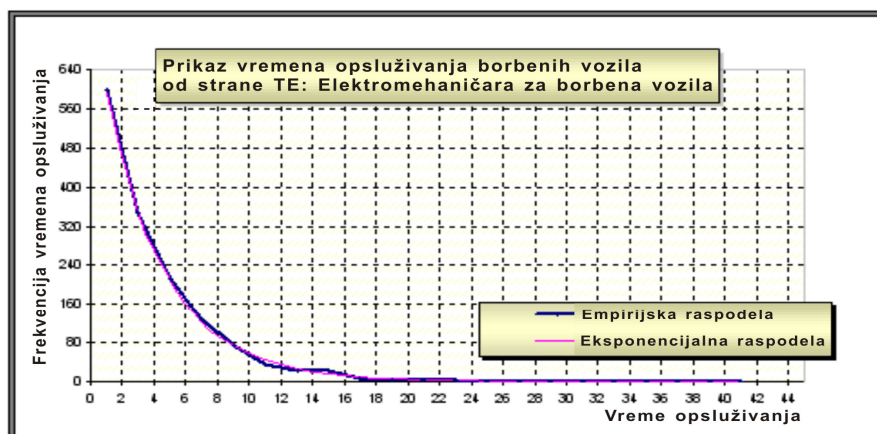
U prvom slučaju tenkove i transportere opslužuje mehaničar za b/v. Prikaz vremena opsluživanja tenkova i transportera dat je na slici 11.



Slika 11 – Opsluživanje b/v koje vrše meh. za b/v
Figure 11 – Tanks and transporters served by mechanics for c/v

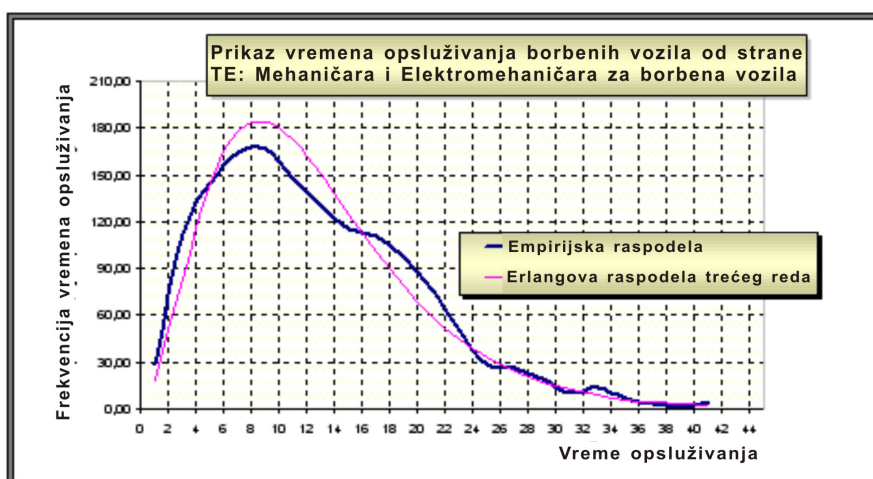
Uz primenu hipoteze o slaganju empirijske i pretpostavljene teorijske raspodele, utvrđeno je da se empirijska raspodela ne može složiti sa nekom od poznatih teorijskih raspodela.

U drugom slučaju tenkove i transportere opslužuje elektromehaničar za b/v. Grafički prikaz vremena opsluživanja tenkova i transportera dat je na slici 12.



Slika 12 – Opsluživanje b/v koje vrše elektromeh. za b/v
Figure 12 – Tanks and transporters served by electro-mechanics for c/v

U trećem slučaju tenkove i transportere opslužuju mehaničari i elektromehaničari za b/v. Prikaz vremena opsluživanja tenkova i transportera dat je na slici 13.



Slika 13 – Opsluživanje b/v koje vrše meh. i elektromeh. za b/v
Figure 13 – The tanks and transporters served by mechanics and electro-mechanics for c/v

Analizom trećeg slučaja, uz primenu hipoteze o slaganju empirijske i pretpostavljene teorijske raspodele, utvrđeno je da se empirijska raspodela ne može složiti sa nekom od poznatih teorijskih raspodela.

Iz prethodnih grafičkih prikaza pokazano je da se, primenom hipoteze o slaganju empirijske i pretpostavljene teorijske raspodele, u različitim varijantama opsluživanja b/v koje vrši elektromehaničar za b/v empirijske raspodele slažu sa nekim od poznatih teorijskih raspodela. Sa druge strane, pri opsluživanju b/v koje vrši mehaničar za b/v, slaganje empirijskih i teorijskih raspodela nije zastupljeno u svim razmatranim varijantama, što nas navodi na zaključak da je primena ovog modela SMO ograničena samo na određene slučajeve.

Optimizacija u SMO

Optimizacija u SMO može se predstaviti preko zavisnosti uspešnosti funkcionisanja sistema i parametara koji opisuju proces opsluživanja uz data ograničenja vrednosti tih parametara. Osnovni pokazatelji efektivnosti su:

- broj kanala opsluživanja n ;
- srednje vreme opsluživanja \bar{t}_{ops} ;
- srednji broj klijenata koji pristupaju u sistem u jedinici vremena $\bar{\lambda}_0$.

Ako se verovatnoća opsluživanja izabere za kriterijum efektivnosti, funkcionalna zavisnost je:

$$P_{ops} = f(n, \bar{t}_{ops}, \lambda). \quad (6)$$

Inverzne zavisnosti su oblika:

$$n = g(P_{ops}, \bar{t}_{ops}, \lambda); \quad (7)$$

$$\bar{t}_{ops} = h(P_{ops}, n, \lambda) \quad i \quad (8)$$

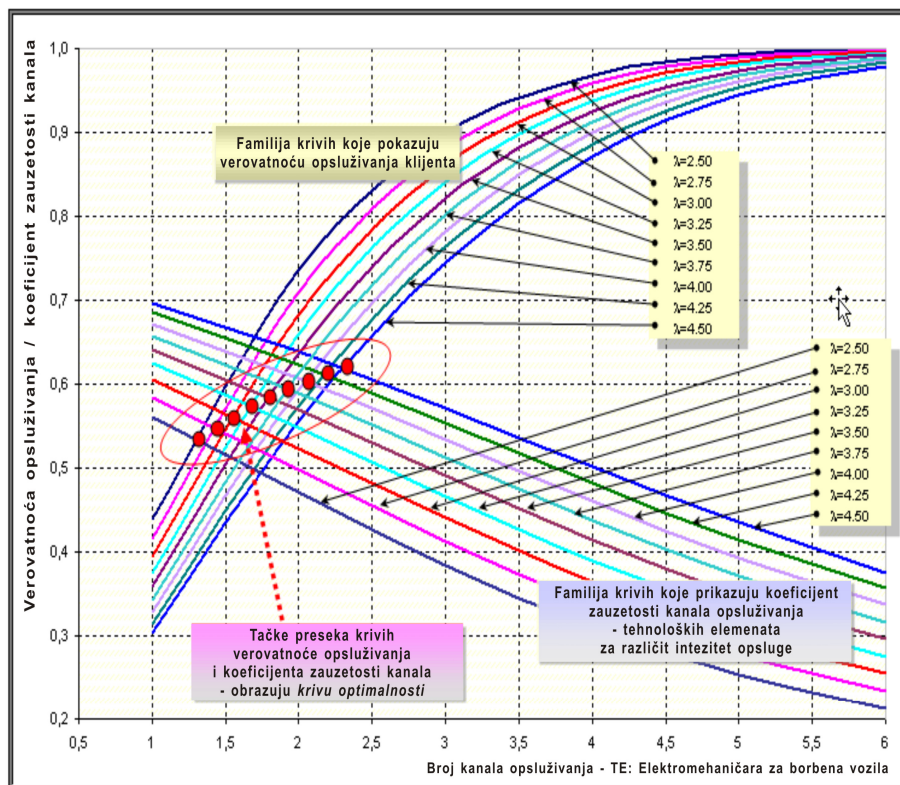
$$\lambda = \rho(P_{ops}, n, \bar{t}_{ops}) \quad (9)$$

Uzimajući u obzir uticaj svake od ovih veličina na verovatnoću opsluživanja pojedinačno, kao i u celokupnosti, potrebno je odrediti optimalan broj kanala opsluživanja, odnosno TE. Postizanje maksimalne vrednosti P_{ops} ne znači ostvarenja optimalne vrednosti.

Analizu funkcionisanja SMO u optimalnom režimu najbolje je izvesti upoređenjem dva suprotna kriterijuma efektivnosti: verovatnoće opsluživanja i koeficijenta zauzetosti kanala opsluge, uz pretpostavku da su polazni parametri: srednje vreme opsluživanja i intenzitet ulaznog potoka klijenata – konstantni. Pod tim uslovima treba odrediti optimalan broj kanala opsluživanja: $n = n_{opt}$.

Kao kriterijum optimalnosti prihvatamo sledeću činjenicu: SMO funkcioniše u optimalnom režimu ako verovatnoća opsluživanja i koeficijent zauzetosti kanala opsluživanja imaju dovoljno velike vrednosti, tako da će stajanje TE biti minimalno.

Na slici 14 je, pored zavisnosti P_{ops} od n , za postojeću vrednost \bar{t}_{ops} i različite vrednosti λ nacrtana i familija krivih koja pokazuje koeficijent zauzetosti kanala opsluživanja, odnosno verovatnoću zauzetosti kanala $K_z = K_{zk} = P_{zk}$ takođe u funkciji od n , prema podacima o opsluživanju b/v (transportera i tenkova) od strane TE: elektromehaničara za b/v. Sa slike se vidi da kad P_{ops} ima vrednosti bliske jedinici, P_{zk} ima niske vrednosti (recimo za $\lambda=2,5$ i $n=6$, P_{ops} iznosi 0,9983, dok P_{zk} iznosi 0,2129 ili 21,3%). Pomenuti režim funkcionisanja sistema ne može se prihvatiti kao zadovoljavajući, jer 78,7% kanala opsluživanja stoji, tj. sistem ne radi u optimalnom režimu.



Slika 14 – Optimalne vrednosti potrebnog broja TE
 Figure 14 – Optimal values of the required number of TE

Koristeći slučaj koji odgovara realnoj situaciji u kojem je $\lambda=3,75$, vreme opsluživanja konstantno, a broj TE na opsluživanju različit, pogledaćemo odnos vrednosti verovatnoće opsluživanja i koeficijenta zauzetosti kanala u tabeli 3.

Tabela 3

Vrednosti P_{ops} i P_{zk} za različite vrednosti n

Table 3

Values of P_{ops} and P_{zk} for different values of n

n	1	2	3	4	5	6
P_{ops}	0,342	0,613	0,801	0,913	0,967	0,989
$P_{zk}=K_z$	0,657	0,588	0,512	0,438	0,371	0,316

Uočava se da su vrednosti obe verovatnoće najbliže za broj kanala opsluživanja $n=2$. U ostalim slučajevima ova odstupanja su veća. Poboljšanje jednog kriterijuma izaziva pogoršanje drugog i obrnuto. Zaključuje se da je optimalan broj kanala opsluživanja kada P_{ops} i P_{zk} imaju jednake vrednosti, a iznosi verovatnoća prelaze 51%, tj.

$$n = n_{opt} \text{ ako je } P_{ops} = K_z, \lambda = const, \bar{t}_{ops} = const, \quad (10)$$

Iz ovog uslova dobija se analitički izraz za određivanje optimalnog broja kanala opsluživanja. Kako je

$$K_z = \frac{\bar{n}_z}{n}, n = n_{opt}, P_{ops} = K_z, \lambda = const, \bar{t}_{ops} = const, \quad (11)$$

sledi da je:

$$P_{ops} = \frac{\bar{n}_z}{n}, n_{opt} = \frac{\bar{n}_z}{P_{ops}}, \lambda = const, \bar{t}_{ops} = const, \quad (12)$$

Ako se iskoristi formula

$$n_z = \rho \cdot P_{ops} \Rightarrow n_{opt} = \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda \cdot \bar{t}_{ops}, \quad (13)$$

utvrđuje se da je za određivanje optimalnog broja kanala opsluživanja potrebno znati dva osnovna parametra: intenzitet ulaznog potoka i srednje vreme opsluživanja. Na prethodnoj slici prikazane su optimalne vrednosti broja TE u preseku krivih P_{ops} i P_{zk} . Spajanjem tih tačaka dobijamo krivu optimalnosti. Prema prethodnim relacijama, za vrednosti $\lambda=3,75$ i $\mu=1,953$, dobija se da je $\rho=1,92$, tj. optimalan broj elektromehaničara za b/v

$$n_{opt} = \rho = 1,92 \approx 2.$$

Analizirajući prikazani slučaj optimizacije u SMO utvrđuje se da je broj TE – elektromehaničari za b/v predimenzioniran tj. sa 2 TE (umesto 4 koliko ima realan sistem) može biti realizovan najveći broj tehnoloških zahteva.

Vreme zadržavanja u SMO

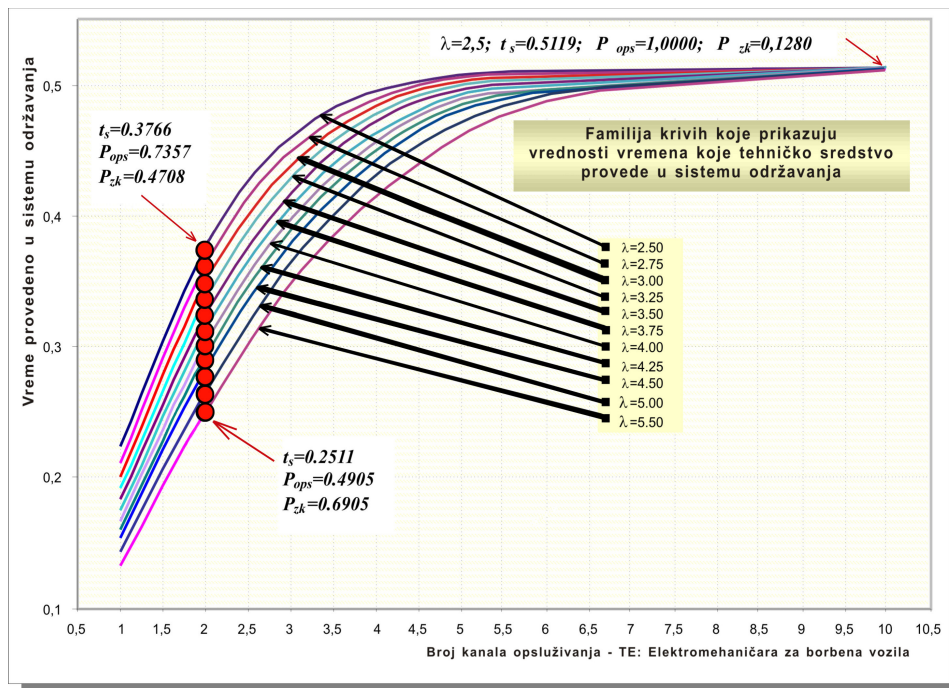
Analizirajući vremena zadržavanja tehničkog sredstva u sistemu održavanja može se uočiti da, povećavanjem broja kanala opsluživanja sve vrednosti vremena konvergiraju ka jednoj vrednosti $t_s = 0,5119$ [dana] = $0,5119 \times 7,5 = 3,84$ [sata].

Koristeći rezultate iz prethodnog dijagrama, gde je pokazano da je broj od 2 kanala opsluživanja, tj. dva TE: elektromehaničara za borbena vozila optimalan, na slici 15 dat je opseg vrednosti vremena zadržavanja u sistemu održavanja za različite vrednosti intenziteta otkaza (od $\lambda=2,50$ do $\lambda=5,50$) i on se kreće od $t_s = 0,2511$ [dana] do $t_s = 0,3766$ [dana].

Uočava se da kod vrednosti vremena provedenog u sistemu održavanja $t_s = 0,2511$ [dana] za intenzitet otkaza $\lambda=5,50$ verovatnoća opsluživanja dostiže vrednost koja je ispod 51%, tj. iznosi $P_{ops}=0,4905$.

Ova vrednost verovatnoće je za nas neprihvatljiva, pa je za intenzitet otkaza $\lambda=5,50$ nužno razmatrati situaciju u kojoj postoje tri kanala opsluživanja.

Prema analiziranim podacima može se jasno uočiti kako se menja vreme koje tehničko sredstvo provede u sistemu održavanja, kada broj kanala opsluživanja varira od jedan do deset. Uporedo s tim uočava se i menjanje vrednosti verovatnoće opsluživanja i verovatnoće zauzetosti kanala.



Slika 15 – Vreme koje tehničko sredstvo provede u sistemu održavanja
 Figure 15 – Retention time for the technical means in the maintenance system

Zanimljivo je da za $n=10$ i različite vrednosti intenziteta otkaza verovatnoća opsluživanja ima vrednosti koje odgovaraju približno 100%-tnoj realizaciji koje se kreću od $P_{ops}(\lambda=2,50) = 100\%$ do $P_{ops}(\lambda=5,50) = 99,95\%$.

Zaključak

U sadašnjim restriktivnim uslovima finansiranja i reforme sistema odbrane, radi pravovremenog pružanja usluga klijentima koji imaju zahtev za održavanje, uz istovremeno smanjenje ukupnih troškova, sve je prisutnija potreba da se primenom naučnih metoda projektuju optimalni modeli masovnog opsluživanja (Ilić, et al, 2011, pp. 93-115).

U ovom radu učinjen je pokušaj da se, koristeći matematičke modele razvijene u okviru TMO, analizira jedinica za održavanje kao SMO, tj. sagledaju odnosi između klijenata koji traže opslugu i kanala koji ih opslužuju, kao i funkcionisanje sistema u optimalnom režimu. Uz uvažavanje niza pretpostavki utvrđene su ograničene mogućnosti primene TMO na ovakve sisteme, a proces optimizacije pokazuje predimenzioniranost realnog sistema.

Literatura

Andrejić, M., 2001, *Metode i softver za podršku planiranju u logističkim organizacionim sistemima*, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 49, No. 1, pp 36-52,

Andrejić, M., Ljubojević, S., 2009, *Operaciona istraživanja u funkciji podrške odlučivanju u sistemu odbrane*, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 57, No. 3, pp 15-28,

Andrejić, M., Milenkov, M., Ljubojević, S., 2010, *Logistički informacioni sistem*, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 58, No. 1, pp. 33-61.

Ilić, S., Andrejić, M., 2011, *Analiza efikasnosti mogućih modela opsluživanja na pumpnim stanicama primenom teorije masovnog opsluživanja*, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 59, No. 4, pp 93-115,

Nikolić, N., 2005, *Istraživanje modela i metoda masovnog opsluživanja za primenu u vojnim procesima*, doktorska disertacija, Vojna akademija, Beograd,

Petrović, V., Pekić, N., 2010, *Primena teorije masovnog opsluživanja na sisteme održavanja*, SYM-OP-IS 2010, XXXVII Simpozijum o operacionim istraživanjima,

Petrović, V., 2008, *Modelovanje jedinica za održavanje*, Magistarski rad, Beograd,

Vukadinović, S., 1988, *Masovno opsluživanje*, Naučna knjiga, Beograd,

Vukićević, S., 1995, *Skladišta*, Preving, Beograd,

SNO 1096/85, 1986, *TTZ za razvoj TMS*, Biro za standardizaciju i metrologiju u JNA.

MASS SERVING THEORY APPLICATION TO THE ANALYSIS OF MAINTENANCE SYSTEM FUNCTIONING

FIELD: Mathematics (Operations Research)

ARTICLE TYPE: Professional Practice

Summary:

This paper describes models and conditions for the application of the Mass Serving Theory in order to analyze relations between clients demanding the service and channels which provide the service as well as to design technological elements in the optimal regime for the given maintenance system. Based on the actual data collected and the statistical analysis of the expected intensity of combat vehicle arrivals and queuing at service for technical maintenance, the mathematical modeling of a real process of queuing was carried out and certain parameters quantified, in terms of determining the weaknesses of the existing models and the corrective actions needed.

Introduction

While solving many practical problems within the process of maintenance, the technological demands (TD) for maintenance appear with the characteristics of stochasticity and stationarity. These properties provide the ability of the Mass Serving Theory (MST) to be used, under certain conditions, for the dimensioning of technological elements (TE) in the reporting maintenance system. The analysis of the mass serving system (MSS) means the analysis of the input stream of clients, time and number of customers in a queue, time of serving and the output stream of clients as well.

Mathematical models of the mass serving system applicable to maintenance processes

There are many mathematical models developed in the MST to analyze the relationship between clients demanding the serving and channels that serve them. In the mathematical models of mass serving, the following parameters are commonly used as inputs: Input stream intensity, Serving intensity of the TE, Number of channels, i.e. TE; as outputs: Serving probability of TD, The average number of TD in a serving queue, and The average time of stay in the TD queue.

In practice, during the system sizing, the number of channels is usually required, i.e. TE (n) necessary to serve the TD, and in certain situations Input stream intensity and Serving intensity of the TE.

Applied model of the mass serving system for the description of service for technical maintenance functioning

The functioning of the technical workshop is analyzed in terms of serving combat vehicles (c/v) which, in most cases, come at random periods of time. The time period of three years in the selected unit has been observed.

The service for technical maintenance is considered as an MSS with queuing in which the client (TD) does not get cancellation when all channels are occupied, but it gets into a queue and waits for the channel release, i.e. the required queuing time is greater than the period of patience at the beginning of serving.

The analysis of input streams, for tanks and transporters separately, should give the answer to the question whether the application of the MST is possible, i.e. whether the conditions of stochasticity and stationarity are primarily satisfied.

The time interval of one day is considered as relevant because it is assumed that the largest number of TD are executed on the day of occurrence, following daily based planning activities.

The obtained results show that, by applying the hypothesis of matching the empirical and theoretical distribution, the random variable X_i – the number of vehicles per day is subjected to Poisson's distribution in all cases.

It was shown that, by applying the hypothesis about matching the theoretical and empirical distributions for different cases of c/v serving by electro-mechanics for c/v , the empirical distributions match with some of the given theoretical distributions. On the other hand, when the c/v were serviced by the mechanics for c/v , there is no matching between the empirical and the theoretical distribution for all considered cases, which leads to the conclusion that the application of this model is limited to certain cases.

The optimization in the mass serving system

The MSS optimization could be presented by the dependency of the system functioning performance and the parameters that describe the process of serving within the given limited values of the parameters. The key indicators of effectiveness are: the number of serving channels; the average serving time and the average number of clients accessing the system per time unit.

The best way of analysing the functioning of MSS in the optimum regime is a comparison of the two opposing criteria of effectiveness: the probability of serving and the ratio of the serving channel occupancy, assuming that the initial parameters - the average time of serving and the intensity of the input stream of clients - are constant. Under these conditions, the optimal number of serving channels should be determined.

As a criterion of optimality, we accept the following fact: the MSS operates in the optimum regime if the probability of serving and the ratio of the serving channel occupancy are large enough, values so that the TE value is minimal.

It can be noticed that the values of both probabilities are similar when the number of serving channels is 2. In other cases, these deviations are larger. The improvement of one criterion causes the deterioration of the other one and vice versa. It can be concluded that

the optimal number of serving channels is when P_s and P_{zk} have equal values, and the values of probability exceed 51%.

The analysis of the shown case of the optimization in the MSS indicates that the number of TE is oversized i.e. the largest number of technological requirements could be fulfilled with 2 TE (instead of 4 as in a real system).

Retention time in the mass serving system

When analyzing the retention time of technical means in the MSS, we can notice that, by increasing the number of serving channels, all values of time converge to a single value.

Using the previous results which show that the number of 2 serving channels is optimal, we have analysed the range of values of retention time in the MSS for different values of malfunction intensity.

The analyzed data show clearly how the retention time for technical means in the maintenance system changes when the number of serving channels varies from one to ten. At the same time, we can see the change of the value of the probability of serving and the probability of channel occupancy.

Conclusion

This paper presents an attempt to analyze a maintenance unit as an MSS using mathematical models developed in the MST, i.e. to review the relationships between clients who demand serving and channels that serve them as well as functioning in the optimum regime. With respect to many assumptions, the application of the MST for such systems was found to be limited, while the optimization process indicates the oversizing of the real system.

Key words: mass serving system, technological demand, technological element, servicing, maintenance.

Datum prijema članka/Paper received on: 14. 05. 2012.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa/Manuscript corrections submitted on: 12. 06. 2012.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje/ Paper accepted for publishing on: 14. 06. 2012.