

## NOVE FORMULE PODEŠAVANJA PI REGULATORA ZA INDUSTRIJSKE PROCESE SA INTEGRALNIM DEJSTVOM

Tomislav B. Šekara, Miroslav R. Mataušek  
Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu

DOI: 10.5937/vojtehg61-2504

OBLAST: identifikacija i upravljanje procesima  
VRSTA ČLANKA: originalni naučni članak

### Sažetak:

*Definisanjem pravila tangente na Nikvistovoj krivoj u kritičnoj tački nedavno je razvijen novi model  $G_m(s)$ , sa četiri mjerljiva parametra kritično pojačanje, kritična frekvencija, amplituda kritičnih oscilacija i transportno kašnjenje. Ovaj model je adekvatan reprezentant dinamičkih karakteristika široke klase procesa  $G_p(s)$ . U ovom radu, korišćenjem tehnike vremenskog i amplitudskog skaliranja modela  $G_m(s)$ , razvijene su nove formule podešavanja PI regulatora za široku klasu industrijskih procesa sa integralnim dejstvom.*

*Ključne reči: Upravljanje procesima, optimizacija sa ograničenjima, identifikacija procesa, podešavanje, PI regulator.*

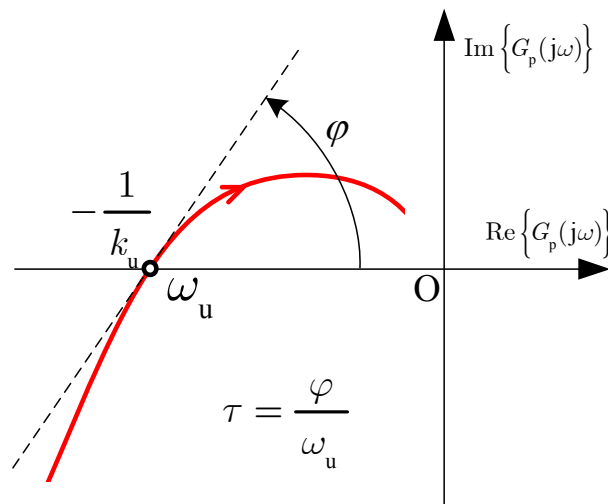
### Uvod

Definisanje dinamičkih karakteristika procesa primjenom modela  $G_m(s)$  sa samo četiri parametra, koji imaju jasno fizičko značenje, dato je u (Šekara, Mataušek, 2010a). To su: kritično pojačanje  $k_u$ , kritična učestanost  $\omega_u$ , pojačanje  $G_p(0)$  i parametar  $\tau$ . Parametar  $\tau$  odgovara ekvivalentnom transportnom kašnjenju za uspostavljanje stabilnih oscilacija oko ravnotežnog stanja sistema u kritičnom eksperimentu Ziegler, Nichols, 1942, pp. 759–768). Parametri koje možemo dobiti mjerenjem na procesu su  $k_u$ ,  $\omega_u$ ,  $G_p(0)$  i  $\varphi$  (Šekara, Mataušek, 2010a, 2010b). Ugao  $\varphi$  odgovara nagibu tan-

ZAHVALNICA: Tomislav B. Šekara se zahvaljuje Ministarstvu za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije, za finansijsku podršku (projekat TR 33020).

gente na Nyquistovu krivu u tački  $(-1/k_u, 0j)$  (Šekara, Mataušek, 2010a), kao što prikazuje slika 1. U ovom radu je na modelu procesa  $G_m(s)$  primijenjena tehnika vremenskog i amplitudskog skaliranja u cilju klasifikacije procesa  $G_p(s)$  (Šekara, Mataušek, 2010b, 2011). Parametar  $A$  se određuje iz relacije  $A = \omega_u k_u G_p(0) / (1 + k_u G_p(0))$  dok je parametar  $\tau$  određen relacijom  $\tau = \varphi / \omega_u$ . Napomenimo da parametar  $A$  ima takođe svoje fizičko značenje na osnovu koga je i dobijen (Šekara, Mataušek, 2010a), tj. da ravnotežna stanja oscilacija modela i procesa budu jednaka na step pobudu u zatvorenoj povratnoj sprezi,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{A \omega_u e^{-\tau s}}{s^2 + \omega_u^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k_u G_p(s)}{1 + k_u G_p(s)}. \quad (1)$$



Slika 1 – Ilustracija pravila tangente (Šekara, Mataušek, 2010a) primijenjenog za određivanje parametra  $\tau$

Figure 1 – Illustration of tangent rule (Šekara, Mataušek, 2010a) used to determine parameter  $\tau$

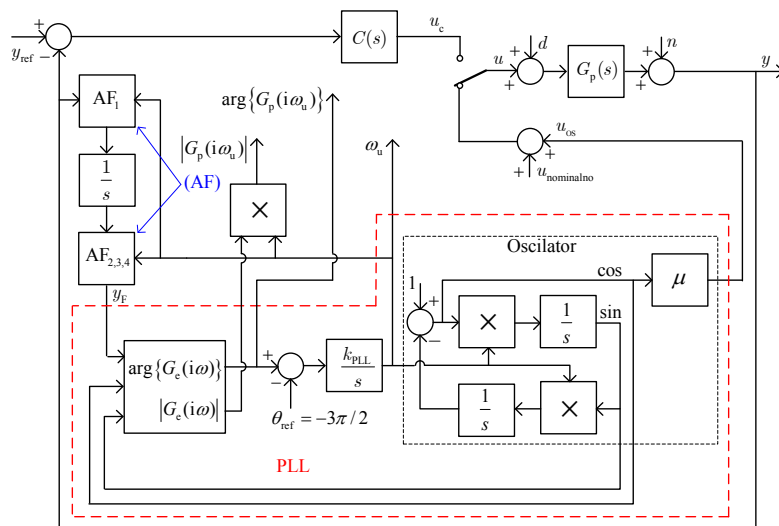
Dugi niz godina do danas u cilju klasifikacije procesa se najčešće koristio parametar  $\kappa = 1 / (k_u G_p(0))$  za stabilne procese (Åström, Hägglund, 1995), dok se za procese sa integralnim dejstvom koristi  $\kappa_v = \omega_v / (k_u k_v)$ , gdje je  $k_v$  brzinska konstanta procesa. Potreba, a time i motivacija, za novu klasifikaciju procesa je da klasifikacija po jednom parametru nije dovoljna u cilju definisanja i primjene inteligentnog upravljanja.

Parametar  $\rho = A / \omega_u$ , uz korišćenje relacije (1), definiše generalizaciju parametra  $\kappa$  preko parametra  $\rho = 1 / (1 + \kappa)$ , za sve stabilne procese, procese sa integralnim dejstvom, frakcione procese i nestabilne procese. Na ovaj način je generalizovana postojeća klasifikacija procesa uz adekvatno proširenje po još jednom fizički jasnom parametru  $\varphi$ .

U ovom radu su date nove formule podešavanja PI regulatora za industrijske procese sa integralnim dejstvom u funkciji merljivih parametara  $k_u$ ,  $\omega_u$ ,  $A = \omega_u$  i  $\tau$ , tj. na osnovu klasifikacione  $\rho$ - $\phi$  ravni. (Šekara, Mataušek, 2010b, 2011)

### *Primjena fazno zaključane petlje (PLL) za određivanje parametara $k_u$ , $\omega_u$ , $\phi$*

Primjena PLL (Phase-Locked Loop) tehnike na identifikaciju procesa (Mataušek, Šekara, 2011, pp. 17–27) (Šekara, Mataušek, 2010 Cd), unapređena je modifikacijom predloženom u (Šekara, Mataušek, 2010e) za robusnu identifikaciju procesa  $G_p(s)$ . Primjena PLL koncepta u otvorenoj regulacionoj konturi (PLL-OL) prikazana je na slici 2. Struktura prikazana na slici 2 sa uvedenim integratorom  $G_e(s) = G_p(s)/s$  u grani mjerenja ima za cilj potiskivanje mjernog šuma  $n$ . Akumuliranje zbog srednje vrijednosti koju unosi integrator potiskuje se AF filtrom kao što je prikazano na slici 2. Kako integrator unosi fazni stav  $-\pi/2$  i amplitudu  $1/\omega$ , potrebno je zadati referencu  $\theta_{ref} = -\pi - \pi/2$  u cilju direktnog određivanja  $\omega_u$  dok se kritično pojačanje dobija iz relacije  $k_u = k_{u(-3\pi/2)}/\omega_u$ . Ugao  $\phi$  se procjenjuje na osnovu relacije iz (Mataušek, Šekara, 2011) (Šekara, Mataušek 2010cde) za  $k_u^\pm = k_{u(-3\pi/2+\phi)}/\omega_u^\pm$ ,  $\phi > 0$ . Procjena Nikvistove krive  $G_p(i\omega)$ , za zadate vrijednosti  $\theta_{ref}$ , vrši se vodeći računa o faznom stavu i amplitudi koju unosi integrator. Više o procjeni ugla  $\phi$  biće dato u poglavlju 2.1 ovog rada.



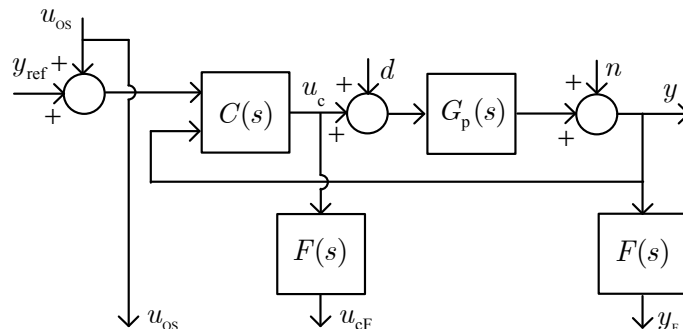
Slika 2 – Modifikovana šema sa PLL-om za robusnu identifikaciju procesa  $G_p(s)$  u otvorenoj regulacionoj konturi (PLL-OL)  
Figure 2 – Modified PLL open-loop (PLL-OL) structure used for a robust identification of the process  $G_p(s)$

Napomenimo da pored dobrih osobina u odnosu na robusno procjenjivane  $\omega_u$ ,  $k_u$ ,  $\varphi$  i Nikvistove krive  $G_p(i\omega)$  za zadate vrijednosti  $\theta_{ref}$ , prethodna struktura ima sljedeće nedostatke. Podešavanje parametra  $k_{PLL}$  u regulatoru  $k_{PLL}/s$  zavisi od testiranog procesa  $G_p(s)$ . Ako je testirani proces nestabilan struktura PLL sa slike 2 je neprimjenljiva za bilo koju vrijednost parametra  $k_{PLL}$ . Međutim, identifikacija procesa u zatvorenoj regulacionoj konturi, primjenom PLL metode predložene u (Mataušek, Šekara, 2011), (Šekara, Mataušek, 2010cd) i modifikovane u (Šekara, Mataušek, 2010e), primjenljiva je i za nestabilne procese.

U oba ova prilaza, u slučaju višestrukog rješenja jednačine

$$\arg\{G_p(i\omega)\} = \theta_{ref} \quad (2)$$

kao i za ona rješenja čiji je  $\arg\{G_p(i\omega)\} > 2\pi$ , PLL koncept zahtijeva apriorno poznavanje učestanosti od interesa. To znači i sledeće: ako se određuje  $\omega_u$  a počde se od početnog pogađanja koje je blisko nekom drugom rješenju jednačine (2) za  $\theta_{ref} = -\pi$ , neće biti određena kritična učestanost razmatranog procesa  $G_p(s)$ . U tom smislu koncepti zasnovani na primjeni releja imaju prednost jer daju jedinstveno rješenje  $\omega_u$  i  $k_u$  (Šekara, Mataušek, 2010cd).



Slika 3 – Sistem u zatvorenoj povratnoj sprezi sa signalima  $y_F$  i  $u_{cF}$  primijenjenim u PLL-CL konceptu.  $F(s)$  je AF filter u kaskadi sa integratorom

Figure 3 – Closed-loop system with signals  $y_F$  i  $u_{cF}$  applied in the PLL closed-loop (PLL-CL) identification.  $F(s)$  is the AF filter in the cascade with the integrator

Na slici 3 prikazana je šema za formiranje signala za PLL robusnu identifikaciju procesa  $G_p(s)$  u zatvorenoj regulacionoj konturi (PLL-CL), na slici 4. Za razliku od do sada razmatranih struktura, u ovom prilazu regulator  $C(s)$  se ne isključuje. Rješenje predloženo u (Šekara, Mataušek, 2010e) ima odgovarajuću eliminaciju uticaja mjernog šuma koristeći AF filter sa redno vezanim integratorom. Na ovaj način osim potiskivanja mjernog šuma potiskuje se i poremećaj opterećenja, a time je povećana robusnost identifikacije procesa  $G_p(s)$  i proširena praktična primjena PLL koncepta.

Primjena PLL koncepta na sistem u zatvorenoj povratnoj sprezi sa uključenim filtrom  $F(s)$ , kao što je prikazano na slici 3, slijedi direktno iz relacija

$$\arg \left\{ \frac{Y_F(i\omega)}{U_{OS}(i\omega)} \right\} - \arg \left\{ \frac{U_{cF}(i\omega)}{U_{OS}(i\omega)} \right\} = \arg \{G_p(i\omega)\}, \quad (3)$$

$$\left| \frac{Y_F(i\omega)}{U_{OS}(i\omega)} \right| \div \left| \frac{U_{cF}(i\omega)}{U_{OS}(i\omega)} \right| = |G_p(i\omega)|. \quad (4)$$

Kritično pojačanje  $k_u$  na osnovu (4) se direktno dobija iz odnosa osnovnih harmonika Fourijeovog razvoja izlaznih signala  $u_{cF}$  i  $y_F$  iz  $F(s)$ ,

$$k_u = A_{icF} / A_{iF}. \quad (5)$$

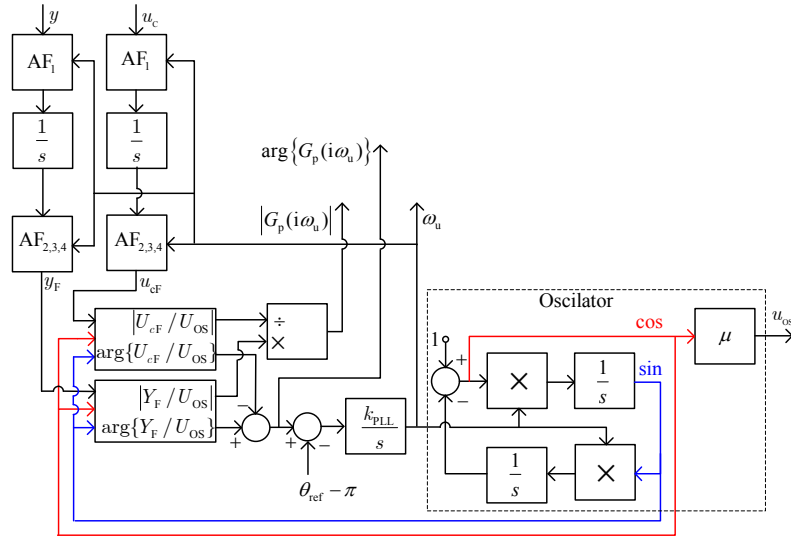
Jedna od implementacija u Simulinku za dobijanje  $k_u$  odnosno  $|G_p(i\omega_u)|$  prikazana je na slici 7.

### Procjena ugla $\varphi$ primjenom PLL

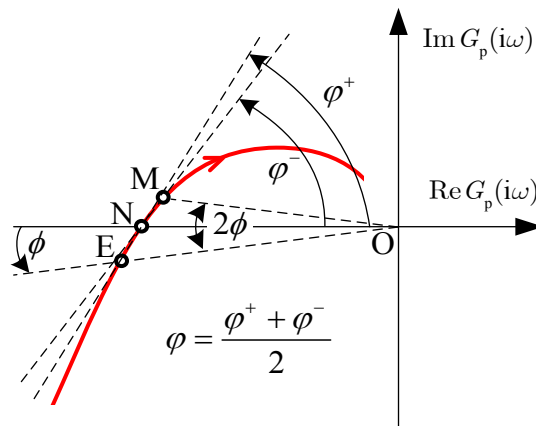
Procjena ugla  $\varphi$  tangente na Nikvistovu krivu procesa  $G_p(i\omega)$  u  $\omega_u$  određuje se na osnovu formule  $\varphi = (\varphi^+ + \varphi^-) / 2$  (Mataušek, Šekara, 2011), (Šekara, Mataušek, 2010acde), gdje su

$$\varphi^\pm = \arctan \left( \frac{\rho^\pm \sin \phi^\pm}{\rho^\pm \cos \phi^\pm - 1} \right), \quad 0 < \varphi^\pm < 2\pi, \quad \rho^\pm = \frac{k_u}{k_u^\pm}, \quad (6)$$

za  $\phi^+ = \phi$ ,  $\phi^- = -\phi$ ,  $\phi > 0$ ,  $k_u^\pm = 1 / |G_p(i\omega_u^\pm)|$  kako je prikazano na slici 4. Napomenimo da se ugao  $\varphi$  može procijeniti iz dvije bliske tačke tj. za mali ugao  $\phi$ , ali zbog male razlike između mjenjenih parametara ( $k_u, k_u^+$ ) ili ( $k_u, k_u^-$ ) mjerna nesigurnost može biti dosta velika. Da bi se smanjila mjerna nesigurnost parametara  $k_u, k_u^+$  i  $k_u^-$ , treba uzeti veći ugao  $\phi$ , što dovodi do velike greške u procjeni ugla  $\varphi$  ovom metodom. Kompromis koji je nađen za adekvatnu procjenu ugla  $\varphi$  je korišćenje tri tačke na Nikvistovoj krivoj kao što je prikazano na slici 4. Kroz niz simulacija pokazano je da je povoljno uzeti ugao  $\phi \approx \pi/36$ .



Slika 4 – Modifikovana šema sa PLL-om za robusnu identifikaciju procesa  $G_p(s)$  u zatvorenoj regulacionoj konturi (PLL-CL) na slici 3  
 Figure 4 – Modified PLL closed-loop (PLL-CL) structure used for a robust identification of the process  $G_p(s)$  in Fig. 3



Slika 5 – Procjena parametra  $\phi$  iz tri tačke na Nikvistovoj krivoj (Šekara, Mataušek, 2010a)  
 Figure 5 – Estimation of the parameter  $\phi$  from three points on the Nyquist curve (Šekara, Mataušek, 2010a)

Na osnovu izmjerenih parametara  $k_u$ ,  $\omega_u$  i  $\phi$  procesa uključujući osobinu da je za procese sa integralnim dejstvom  $A=\omega_u$  dobijamo adekvatan model procesa

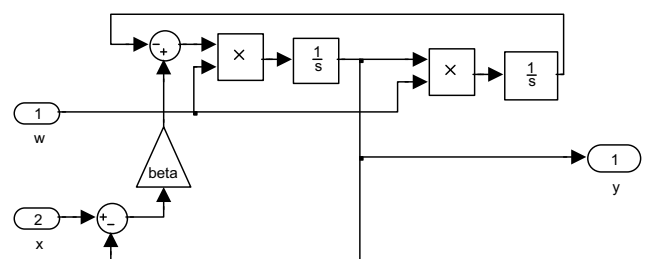
$$G_m(s) = \frac{\omega_u^2 e^{-\tau s}}{s^2 + \omega_u^2 - \omega_u^2 e^{-\tau s} k_u} \quad (7)$$

Blok AF realizuje se primjenom kaskade filtara definisanom funkcijom prenosa

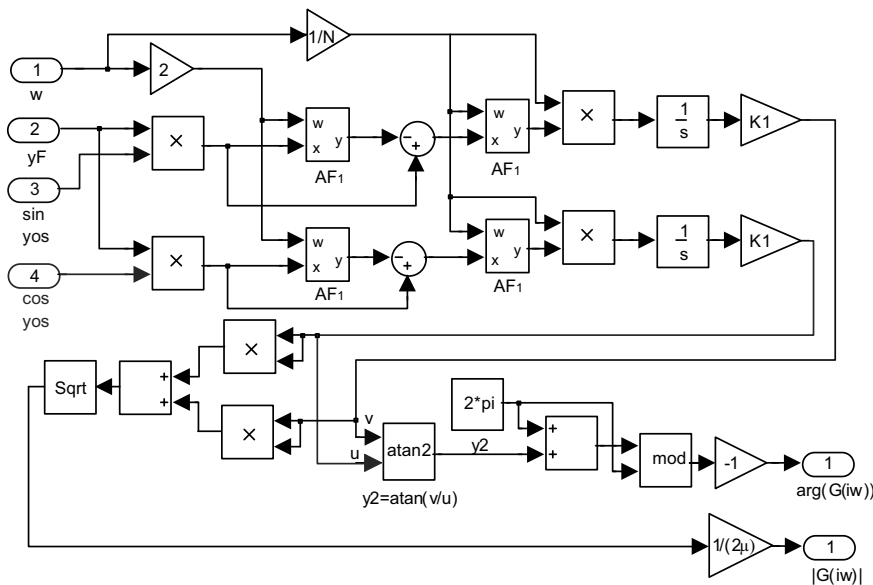
$$H(s) = \prod_{m=1}^4 \frac{\beta_m \omega_u s}{s^2 + \beta_m \omega_u s + \omega_u^2}, \beta_m = 2 \cos(\pi(2m-1)/16), \quad (8)$$

odnosno AF<sub>1</sub> kao  $(\beta_1 \omega_u s)/(s^2 + \beta_1 \omega_u s + \omega_u^2)$  za  $\beta_1=2\cos(\pi/16)$  i AF<sub>2,3,4</sub> kao

$$\prod_{m=2}^4 \frac{\beta_m \omega_u s}{s^2 + \beta_m \omega_u s + \omega_u^2}, \beta_m = 2 \cos(\pi(2m-1)/16).$$



Slika 6 – Simulink šema AF<sub>1</sub> jedne ćelije adaptivnog AF filtra  
Figure 6 – Simulink scheme AF<sub>1</sub> of one block in the adaptive AF filter



Slika 7 – Simulink šema za određivanje  $\arg\{G_p(i\omega)\}$  i  $|G_p(i\omega)|$  iz intervala  $0 < \theta < 2\pi$ ,  
gdje je  $K_1=1/\beta$ ,  $N=5$  i AF<sub>1</sub> jedna ćelija adaptivnog AF filtra za usvojeno  $\beta = \sqrt{2}$   
Figure 7 – Simulink scheme for determining  $\arg\{G_p(i\omega)\}$  and  $|G_p(i\omega)|$  in the interval  
 $0 < \theta < 2\pi$ ,  $K_1=1/\beta$ ,  $N=5$  and AF<sub>1</sub> one block in the adaptive AF filter for  $\beta = \sqrt{2}$

## Nove formule podešavanja PI regulatora za procese sa integralnim dejstvom

Skaliranjem modela (7), po vremenu sa skala faktorom  $\omega_u$  ( $t_n=t\omega_u$ ,  $s_n=s/\omega_u$ ) i po amplitudi sa  $1/k_u$ , dobija se normalizovani model procesa (stabilnih, frakcionih, sa integralnim dejstvom i nestabilnih, uključujući i kašnjenje). (Šekara, Mataušek, 2010b, 2011)

$$G_m(s_n) = \frac{e^{-\varphi s_n}}{s_n^2 + 1 - e^{-\varphi s_n}}, \quad \varphi = \omega_u \tau, \quad (9)$$

koji zavisi od jednog parametra  $\varphi$ . Ovo znači da se klasifikacija procesa sa integralnim dejstvom svodi po jednom parametru  $\varphi$ .

Tabela 1

Table 1

Normalizovani parametri PI regulatora, dobijeni primjenom metode  $\max(J_c)$  za  $M_s=2$ , na normalizovanom modelu (9) procesa sa  $\rho=1$

Normalized parameters of the PI controller, obtained by applying the normalized model (9) and the  $\max(J_c)$  method for  $M_s=2$  and  $\rho=1$

$\varphi^\circ$	$k_n$	$k_{in}$	$\beta$
10	0,03650	0,00145	1,000
15	0,07059	0,00423	1,000
20	0,10632	0,00846	1,000
25	0,14074	0,01382	1,000
30	0,18133	0,01987	0,990
35	0,21435	0,02637	0,985
40	0,24843	0,03288	0,975
45	0,28009	0,03928	0,965
50	0,30985	0,04539	0,955
55	0,33408	0,05062	0,940
60	0,36746	0,05559	0,930
65	0,39044	0,06045	0,925
70	0,41234	0,06467	0,920
75	0,43584	0,06682	0,905
80	0,45360	0,06990	0,900
85	0,46815	0,07355	0,900
90	0,48105	0,07694	0,895
95	0,49067	0,08242	0,900
100	0,49866	0,08902	0,900
105	0,50077	0,09704	0,900

Neka je PI regulator dat sa funkcijom prenosa

$$C(s) = k + k_i / s. \quad (10)$$

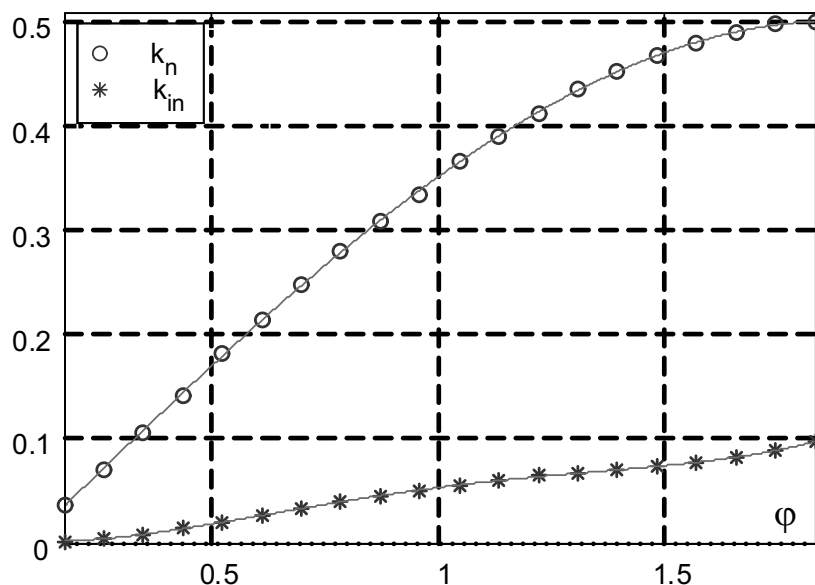


Primjenom metode  $\max(J_c)$ , gdje je  $J_c$  kombinovani kriterijum  $J_c = \beta k_i + (1 - \beta)\omega$ ,  $\beta \in [0,1]$ , (Šekara, Mataušek, 2008ab, 2012) za optimalni PI regulator, korišćenjem normalizovanog modela (9) za ugao  $-\varphi \in [10^\circ - 105^\circ]$  i  $M_s=2$  dobijaju se normalizovani parametri PI regulatora, Tabela 1.

Nove formule podešavanja PI regulatora dobijaju se na osnovu sljedećih relacija

$$k = k_u k_n, \quad k_i = k_u \omega_u k_{in}. \quad (11)$$

Koristeći interpolacioni polinom četvrtog reda na osnovu Tabele 1 dobijaju se normalizovani parametri prikazani na slici 8.



Slika 8 – Parametri normalizovanog PI regulatora, dobijeni primjenom normalizovanog modela (9) i metode  $\max(J_c)$  za  $M_s=2$  i  $\rho=1$

Figure 8 – Parameters of the normalized PI controller, obtained by applying the normalized model (9) and the  $\max(J_c)$  method for  $M_s=2$  and  $\rho=1$

Na osnovu (11) i dobijenih normalizovanih parametara PI regulatora dobijaju se nove formule podešavanja PI regulatora

$$\begin{bmatrix} k \\ k_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,03745 & 0,41032 & 0,03810 & -0,06485 & 0,00515 \\ 0,00513\omega_u & -0,05836\omega_u & 0,25629\omega_u & -0,20067\omega_u & 0,05082\omega_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_u \\ k_u\varphi \\ k_u\varphi^2 \\ k_u\varphi^3 \\ k_u\varphi^4 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

gdje je parametar  $\varphi$  u radijanima. Usporedimo sada dobijene nove formule PI regulatora (12) sa optimalnim PI regulatorom na širokoj klasi procesa sa integralnim dejstvom, datih funkcijama prenosa

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{s(s+1)^3}, G_{p2}(s) = \frac{-1,6(-0,5s+1)}{s(3+1)}, G_{p3}(s) = \frac{e^{-0,3s}}{s(s+1)}, G_{p4}(s) = \frac{e^{-0,5s}}{s}$$

$$G_{p5}(s) = \frac{0,5(-0,5s+1)e^{-0,7s}}{s(0,1s+1)(0,4s+1)(0,5s+1)}, G_{p6}(s) = \frac{e^{-5s}}{s(s+1)^3}, G_{p7}(s) = \frac{e^{-s}}{s(0,1s+1)},$$

$$G_{p8}(s) = \frac{e^{-0,3s}}{s(s+1)^2}, G_{p9}(s) = \prod_{n=0}^3 \frac{1}{s(0,7^n s+1)}, G_{p10}(s) = \frac{1-0,25s}{s(s+1)^3}, G_{p11}(s) = \frac{1}{s(s+1)^4},$$

$$G_{p12}(s) = \frac{e^{-s}}{s(s+1)}, G_{p13}(s) = \frac{e^{-s}}{s(s+1)^3}, G_{p14}(s) = \frac{e^{-s}}{s(0,01s+1)}, G_{p15}(s) = \prod_{n=0}^3 \frac{e^{-5s}}{s(0,5^n s+1)}.$$

Mjerenjem na prethodnim procesima dobijeni su  $k_u$ ,  $\omega_u$  i  $\varphi$  odnosno  $k_u$ ,  $\omega_u$ , i  $\tau$  dati u Tabeli 2.

Tabela 2  
Table 2

Parametri  $k_u$ ,  $\omega_u$ , i  $\tau$  za procese  $G_{pj}(s)$ ,  $j=1,2,\dots,15$   
Parameters  $k_u$ ,  $\omega_u$ , i  $\tau$  for the processes  $G_{pj}(s)$ ,  $j=1,2,\dots,15$

Proces	$k_u$	$\omega_u$	$\tau$	$\varphi^\circ$
$G_{p1}(s)$	0,8889	0,5773	1,1060	36,5830
$G_{p2}(s)$	-1,2500	0,8165	0,4747	22,2074
$G_{p3}(s)$	3,4895	1,7393	0,2867	28,5710
$G_{p4}(s)$	3,1416	3,1416	0,3195	57,5101
$G_{p5}(s)$	1,5282	0,7314	1,2917	54,1302
$G_{p6}(s)$	0,2089	0,1973	4,8162	54,4445
$G_{p7}(s)$	1,4434	1,4289	0,6959	56,9733
$G_{p8}(s)$	1,2766	0,7878	0,7878	35,5594
$G_{p9}(s)$	0,9606	0,6694	1,0361	39,7384
$G_{p10}(s)$	0,7410	0,5211	1,3361	39,8917
$G_{p11}(s)$	0,5685	0,4142	1,7582	41,7254
$G_{p12}(s)$	1,1349	0,8603	0,8834	43,5442
$G_{p13}(s)$	0,5143	0,4082	1,9491	45,5858
$G_{p14}(s)$	1,5554	1,5552	0,6454	57,5093
$G_{p15}(s)$	0,2371	0,2291	4,2403	55,6601

Tabela 3  
Table 3

Parametri PI-opt regulatora za procese  $G_{p_j}(s)$ ,  $j=1,2,\dots,15$ , dobijeni primjenom metode  $\max(J_c)$  za  $M_s=2$  i parametri PI-tun regulatora, dobijeni na osnovu relacija (12). Oba PI regulatora su definisana relacijom (10)

Parameters of the PI-opt controller for processes  $G_{p_j}(s)$ ,  $j=1,2,\dots,15$ , obtained by the  $\max(J_c)$  method for  $M_s=2$  and the parameters of the PI-tun controller, obtained by applying the tuning formulae (12). Both PI controllers are defined by (10)

Proces-PI	$k$	$k_i$	$IAE$	$M_s$	$M_p$
$G_{p1}(s)$ -tun	0,1991	0,0147	68,21	1,91	1,64
$G_{p1}(s)$ -opt	0,2121	0,0163	61,29	2,00	1,71
$G_{p2}(s)$ -tun	-0,1544	-0,0107	93,53	1,99	1,77
$G_{p2}(s)$ -opt	-0,1544	-0,0108	92,65	2,00	1,78
$G_{p3}(s)$ -tun	0,5884	0,1094	9,14	2,00	1,76
$G_{p3}(s)$ -opt	0,5802	0,1096	9,17	2,00	1,77
$G_{p4}(s)$ -tun	1,0924	0,5272	1,96	2,04	1,73
$G_{p4}(s)$ -opt	1,0888	0,4977	2,02	2,00	1,67
$G_{p5}(s)$ -tun	0,5042	0,0559	18,63	2,04	1,74
$G_{p5}(s)$ -opt	0,5072	0,0526	19,05	2,00	1,67
$G_{p6}(s)$ -tun	0,0693	0,0021	495	2,03	1,72
$G_{p6}(s)$ -opt	0,0695	0,0020	505	2,00	1,67
$G_{p7}(s)$ -tun	0,4979	0,1091	9,46	2,04	1,73
$G_{p7}(s)$ -opt	0,4968	0,1031	9,73	2,00	1,67
$G_{p8}(s)$ -tun	0,2763	0,0273	36,63	1,95	1,68
$G_{p8}(s)$ -opt	0,2823	0,0289	34,70	2,00	1,73
$G_{p9}(s)$ -tun	0,2343	0,0211	47,45	1,95	1,67
$G_{p9}(s)$ -opt	0,2448	0,0224	44,73	2,00	1,71
$G_{p10}(s)$ -tun	0,1815	0,0127	78,80	1,94	1,67
$G_{p10}(s)$ -opt	0,1908	0,0135	74,11	2,00	1,70
$G_{p11}(s)$ -tun	0,1459	0,0083	120,3	1,95	1,67
$G_{p11}(s)$ -opt	0,1516	0,0087	114,3	2,00	1,70
$G_{p12}(s)$ -tun	0,3043	0,0368	27,70	2,02	1,74
$G_{p12}(s)$ -opt	0,3055	0,0358	27,97	2,00	1,71
$G_{p13}(s)$ -tun	0,1443	0,0084	119,7	1,99	1,70
$G_{p13}(s)$ -opt	0,1469	0,0085	117,7	2,00	1,70
$G_{p14}(s)$ -tun	0,5409	0,1292	8,00	2,04	1,73
$G_{p14}(s)$ -opt	0,5413	0,1214	8,24	2,00	1,66
$G_{p15}(s)$ -tun	0,0802	0,0028	367	2,03	1,72
$G_{p15}(s)$ -opt	0,0800	0,0027	376	2,00	1,68

Rezultati u Tabeli 3 pokazuju da su parametri PI-opt i PI-tun (dobijenog na osnovu  $\rho$ - $\varphi$  klasifikacije) praktično isti. Takođe, dobijaju se praktično iste vrijednosti indeksa performanse IAE i indeksa robusnosti ( $M_s$ ,  $M_p$ ). Ovo govori u prilog predložene procedure. Do danas nađene formule podešavanja PI regulatora, na primjer (Kristiansson, Lennartson, 2006), (Hägglund, Åström, 2002), (O'Dwyer, 2009), ne važe za ovako široku klasu procesa sa integralnim dejstvom. Osim toga, čak ni za uže klase procesa, do sada razvijene formule podešavanja ne garantuju indekse robusnosti ( $M_s$ ,  $M_p$ ).

## Zaključak

Mjerenjem parametara procesa  $k_u$ ,  $\omega_u$ , i  $\varphi$  odnosno  $k_u$ ,  $\omega_u$  i  $\tau$ , definiše se novi model procesa  $G_m(s)$  (Šekara, Mataušek, 2010a). Na osnovu modela  $G_m(s)$ , primjenom tehnike vremenskog skaliranja i skaliranja po amplitudi, dobijena je u ovom radu nova klasifikacija procesa sa integralnim dejstvom po parametru  $\varphi$ .

Koristeći se ovom klasifikacijom omogućeno je formiranje opštih formula podešavanja parametara PI regulatora za široku klasu procesa sa integralnim dejstvom. Jedini uslov je da ti procesi imaju realno  $k_u$  i  $\omega_u$ , što je zadovoljeno kod velike većine procesa.

Vjerujemo da će predložene nove formule na osnovu metode klasifikacije biti od koristi za dalji razvoj jednostavnih robusnih metoda podešavanja regulatora, imajući u vidu da se primjenom PLL (Phase-Locked Loop) tehnike (Šekara, Mataušek, 2008b) mogu sa velikom tačnošću odrediti parametri ( $k_u$ ,  $\omega_u$ ,  $\varphi$ ) u prisustvu mjernog šuma i poremećaja opterećenja.

## Literatura

- Åström, K.J., Hägglund T., (1995), *New tuning methods for PID controllers*, Proc. 3rd European Control Conf., 2456–2462, Rome, Italy, September.
- Hägglund, T., Åström, K. J., (2002), *Revisiting the Ziegler-Nichols tuning rules for PI control*, Asian Journal of Control, 4(4), 364–380.
- Kristiansson, K., Lennartson B., (2006), *Robust Tuning of PI and PID Controllers*, IEEE Control Syst. Magazine, 26(1), 55–69.
- Mataušek, M.R., Šekara T.B., (2011), *PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including dead-time*, Journal of Process Control, 21(1), 17–27.
- O'Dwyer A., (2009), *Handbook of PI and PID controller tuning rules*, Imperial College Press: London.
- Šekara, T.B., Mataušek, M.R., (2008a), *Optimalno podešavanje PI regulatora zasnovano na maksimizaciji kombinovanog kriterijuma  $J_c$* , INFOTEH, 7, Ref. A-3, 11–14, Jahorina, Bosna i Hercegovina, Mart.
- Šekara, T.B., Mataušek, M.R., (2008b), *Optimal and robust tuning of the PI controller based on the maximization of the criterion  $J_c$  defined by the linear combination of the integral gain and the closed-loop system bandwidth*, Electronics, 12(1), 41–45.

Šekara, T.B., Mataušek M.R., (2010a), *Revisiting the Ziegler-Nichols process dynamics characterization*, Journal of Process Control, 20(3), 360-363.

Šekara, T.B., Mataušek M.R., (2010b), *Novi način klasifikacije procesa u parametarskoj ravni u cilju realizacije inteligentnog upravljanja*, ETRAN, 54, AU1-1-4, Donji Milanovac.

Šekara, T.B., Mataušek, M.R., (2010c), *Usporedna analiza relejnog eksperimenta i fazno zaključane petlje za određivanje kritične učestanosti i kritičnog pojačanja procesa*, INFOTEH, 9, Ref. A-2, 13–16, Jahorina, Bosna i Hercegovina, Mart.

Šekara, T.B., Mataušek M.R., (2010d), *Comparative analysis of the relay and phase-locked loop experiment used to determine ultimate frequency and ultimate gain*, Electronics, 14(2), 77–81.

Šekara, T.B., Mataušek, M.R., (2010e), *Robusna identifikacija procesa primjenom fazno zaključane petlje*, INFOTEH, 10, Ref. A-4, 18–21, Jahorina, Bosna i Hercegovina, Mart.

Šekara, T.B., Mataušek M.R., (2011), *Classification of dynamic processes and PID controller tuning in a parameter plane*, Journal of Process Control, 21(4), 620–626.

Šekara, T.B., Mataušek, M.R., (2012), *PID controller tuning based on the classification of stable integrating and unstable processes in a parameter plane*, Chapter 6 in *Frontiers in Advanced Control Systems*, Ed. G.L.O.Serra, InTechOpen.

Ziegler, J.G., Nichols N.B., (1942), *Optimum settings for automatic controllers*, Trans. ASME, 64,759–768.

## NEW TUNING FORMULAE FOR THE PI CONTROLLER APPLIED TO PROCESSES WITH INTEGRAL ACTION

FIELD: Process identification and control

ARTICLE TYPE: Original scientific paper

### Summary

*A new model  $G_m(s)$ , defined by four measurable parameters (ultimate gain, ultimate frequency, amplitude of ultimate oscillation and dead time,) is obtained from the tangent to the Nyquist curve at the critical point. This model represents the generalization of the Ziegler-Nichols process dynamics characterization method for a large class of stable, integrating and unstable processes  $G_p(s)$ . In the present paper, by applying the time and amplitude scaling technique to the model  $G_m(s)$ , new tuning formulae are developed for the PI controller. These tuning formulae guarantee almost optimal performance/robustness tradeoff for a large class of processes with integral action.*

### Introduction

*Dynamic characteristics of a large class of stable, integrating and unstable processes can be defined by the model  $G_m(s)$  with four measurable parameters (Šekara, Mataušek, 2010a). These parameters are the ultimate gain  $k_u$ , the ultimate frequency  $\omega_u$ , the angle  $\varphi$  of the tangent to the Nyquist curve and the amplitude  $A$  which is obtained from the measured  $k_u$  and the process*

gain  $G_p(0)$  as  $A = \omega_u k_u G_p(0) / (1 + k_u G_p(0))$ . Since for integrating processes  $G_p(0) = \pm\infty$ , one obtains that for all integrating processes the model  $G_m(s)$  is determined with the three measurable parameters. Two of them,  $k_u$  and  $\omega_u$ , were defined by (Ziegler, Nichols, 1942) seventy years ago, while the third is the angle  $\varphi$ , defined recently in (Šekara, Mataušek, 2010a). The generalization of this method for stable and unstable processes is presented in (Mataušek, Šekara, 2010). In the present paper the ideas presented in (Šekara, Mataušek, 2010b, 2011) are applied to define new tuning formulae for processes classified (Šekara, Mataušek, 2011) as  $\rho$ - $\varphi$  processes for  $\rho=1$  and  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ .

Application of the Phase-Locked Loop (PLL) for determining  $k_u, \omega_u$  and  $\varphi$

A modified PLL closed-loop (PLL-CL) structure (Šekara, Mataušek, 2010, 2011) used to identify the process  $G_p(s)$  is presented. A characteristic feature of this identification method is that the parameters of the model are obtained without breaking the loop with the controller in operation. The accurate estimates of  $k_u, \omega_u$  and  $\varphi$  are obtained in the presence of a high level of measurement noise and the load step disturbance. The only condition required is that the controller in operation must be an unknown linear controller.

New tuning formulae for the PI controller applied to processes with integral action

Since a large class of processes with integral action is classified as  $\rho=1$  and  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$  processes (Šekara, Mataušek, 2010b, 2011), it is possible to define tuning formulae for adjusting the PI controller parameters to obtain almost the same performance/robustness tradeoff as obtained by applying the PI controller optimization for the particular process of interest. The proposed procedure is presented in a systematic way and well illustrated, by analyzing a test batch of 15 transfer functions used in the literature to represent the dynamic characteristics of processes with integral action.

Conclusion

By measuring three parameters,  $k_u, \omega_u$  and  $\varphi$ , and by applying the proposed tuning formulae, one obtains the PI controller guaranteeing almost the optimal performance/robustness tradeoff for a large class of processes with integral action.

It is believed that the proposed procedure, based on the closed-loop identification performed by applying the new PLL technique, will be a useful control system tool and used also for further development of simple and effective tuning methods for the PI control of real processes in the presence of measurement noise and the action of load disturbance.

Key words: Process control, constrained optimization, process identification, tuning, PI controller.

Datum prijema članka/Paper received on: 04. 09. 2012.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa/Manuscript corrections submitted on: 25. 10. 2012.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje/ Paper accepted for publishing on: 27. 10. 2012.