

ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА ПРИ ДВИЖЕНИИ ШАРА В НЕПОДВИЖНОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

Леонид И. Гречихин

Минский государственный высший авиационный колледж,
Минск, Республика Беларусь

DOI: 10.5937/vojtehg62-5368

ОБЛАСТЬ: механика, аэродинамика, газодинамика

ВИД СТАТЬИ: оригинальная научная статья

Краткое содержание:

Разработана молекулярно-кинетическая модель газодинамического обтекания шара. Установлены три области разных механизмов взаимодействия движущегося шара с неподвижной газовой средой. Показано, что срывное течение является решающим при малых скоростях движения шара, а при скоростях движения близких к скорости звука решающую роль выполняет ударное взаимодействие шара на молекулы окружающей среды в передней полусфере. Срывное течение за шаром создает конус с неподвижной газовой средой. Установлен закон, определяющий размер срывного конуса.

Ключевые слова: срывное течение, газодинамика, срывной конус, закон срывного течения.

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) микро и мини обладают малыми размерами и совершают полет при скоростях заведомо меньших скорости звука. Поэтому для таких летательных аппаратов срывное течение играет заметную роль. В авиации срывное течение изучалось преимущественно экспериментально. Срывное течение порождает возникновение вихрей. Подробные исследования возникновения вихрей в срывном течении выполнены Теодором фон Карманом (*фон Карман, 2001, стр.208*). Анализируя экспериментальные факты, им были обоснованы условия возникновения вихрей. Поэтому шлейф вихрей за движущимся телом был назван «Вихревая дорожка Кармана». Подробное описание экспериментальных фактов возникновения срывного течения дано в работе (*Беляев, Червяков, 2010, стр.38*). Полный гидродинамический анализ обтекания шара газовым потоком в континуальном режиме выполнен в работе (*Симаков, 2013, стр.16*). Общее теоретическое обоснование срывного течения без конкретного приложения описано в работе (*Гречихини др. 2012, стр.285*). Получат-

ся, что в ряде случаев возникает срывное течение, но причины его образования остаются не достаточно ясны. В этой связи возникает цель: разработать физическую модель срывного течения путем применения молекулярно-кинетической теории и получить лобовое сопротивление шара при его движении в неподвижной среде и на этой основе обосновать причину возникновения срывного течения. Поставленная цель может быть достигнута путем решения следующих задач:

- рассмотреть динамику обтекания шара с применением молекулярно-кинетической теории;
- создать модель газодинамического обтекания шара с учетом формирования срывного течения;
- разработать программное обеспечение для проведения компьютерного моделирования;
- провести конкретный расчет газодинамического обтекания шара, совершающего движение в неподвижной атмосфере путем компьютерного моделирования.

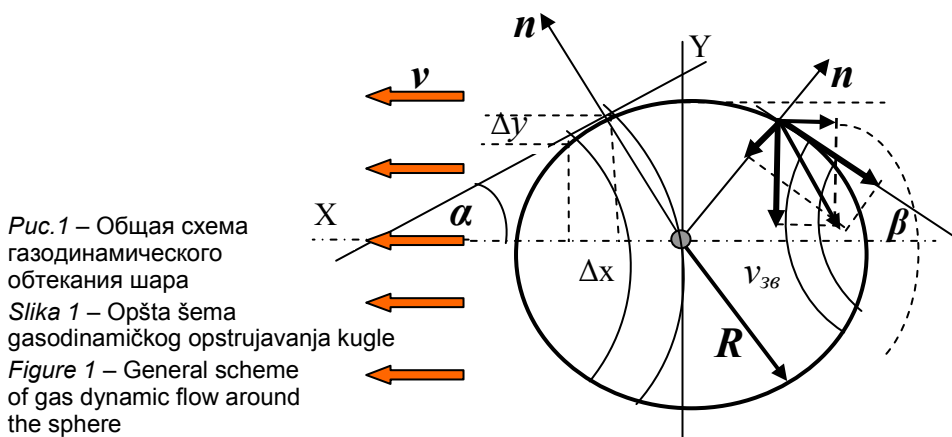
Рассмотрим последовательно поставленные задачи.

Молекулярно-кинетическое обоснование обтекания газовым потоком шара

Пусть шар (рис.1) движется в воздушной среде со скоростью v вдоль оси X-в. Выделенный элемент поверхности на шаре

$$\Delta S = 2\pi R \Delta l, \quad (1)$$

где $\Delta l = \Delta x / \cos \alpha$, R – радиус шара и $\alpha = \arctg\left(\frac{x}{R \sqrt{1 - x^2 / R^2}}\right)$.



Скорость движения воздуха по нормали и вдоль поверхности шара соответственно равны

$$v_n = v \sin \alpha \text{ и } v_\tau = v \cos \alpha \quad (2)$$

Элемент поверхности в виде шарового слоя ΔS , нормального по отношению к направлению движения возмущает массу воздуха

$$\Delta m \approx 2\pi \rho x \Delta x v \Delta t$$

$$\text{Здесь } \Delta t = \Delta x / v \cos^2 \alpha$$

Масса возмущенного воздуха Δm приобретает импульс нормально поверхности

$$\Delta p = \Delta m v_n = \Delta m v \sin \alpha \quad (3)$$

Изменение импульса происходит за время Δt . Тогда нормально действующая сила на элемент поверхности ΔS составит

$$\Delta F_{y\partial, n} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 2\pi \rho v^2 x \sin \alpha \Delta x \quad (4)$$

а вдоль оси X-в

$$\Delta F_{y\partial, x} = 2\pi \rho v^2 x \sin^2 \alpha \Delta x \quad (5)$$

Так как вдоль поверхности выделенного шарового слоя воздух движется со скоростью отличной от нуля, то возникают дополнительно еще две силы: центробежная сила и сила, обусловленная действием закона Бернулли. Обе эти силы нормально поверхности шарового слоя соответственно равны

$$\Delta F_{Ц, n} = 2\pi \rho v^2 x \frac{\Delta x^2}{R}; \quad (6)$$

$$\Delta F_{Б, n} = \pi \rho x v^2 \cos \alpha \Delta x$$

Результирующая сила, которая действует на движущийся шар вдоль оси X-в

$$F_X = \int_0^R (dF_{y\partial, x} - dF_{Ц, x} - dF_{Б, ч}). \quad (7)$$

Газодинамический анализ срывного течения

За шаром возникает срывное течение. В соответствии с законом сохранения массы, какое количество массы возмущает передняя полусфера, а это

$$M = \rho_0 \pi R^2 v \Delta t, \quad (8)$$

то такое же количество массы газа должно возвратиться в заднюю полусферу.

Возмущенный поток массы в передней полусфере составляет

$$\Delta \dot{m} = \frac{M}{\pi R^2 \Delta t} = \rho_0 v, \quad (9)$$

а в задней полусфере заполнение зоны разрежения происходит со скоростью звука, т.е.,

$$\Delta \dot{m}' = \rho v_{3\phi}, \quad (10)$$

где $v_{3\phi} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m_a}}$ – скорость звука и $\gamma = C_p / C_v$ – отношение

теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме; k_B – постоянная Больцмана, m_a – средняя масса молекул воздуха.

За шаром каждая молекула воздуха относительно движущегося тела вдоль оси Y-ов совершает движение со скоростью звука ($v_{3\phi}$), а вдоль оси X-ов скорость движения молекул воздуха равна скорости движения шара с обратным знаком ($-v$). Результирующая скорость заполнения зоны разрежения

$$v_1 = \sqrt{v_{3\phi}^2 + v^2} \quad (11)$$

Нормальная и тангенциальная составляющие на основании рис. 1 соответственно равны

$$v_n = v_1 \cos(\beta + \delta) \text{ и } v_\tau = v_1 \sin(\beta - \delta), \quad (12)$$

где угол $\beta = \arctg\left(\frac{x}{R} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2/R^2}}\right)$, а угол $\delta = \arctg\left(\frac{v_1 - v}{v_1}\right)$

На основании закона сохранения массы количество расталкиваемой массы передней полусферой за время прохождения фронта заполнения расстояния $R - b$, равного (рис. 2) $\Delta t = (R - b) / v_{3\phi}$ составляет

$$\Delta m = \rho v \pi R^2 \frac{R - b}{v_{3\phi}} \quad (13)$$

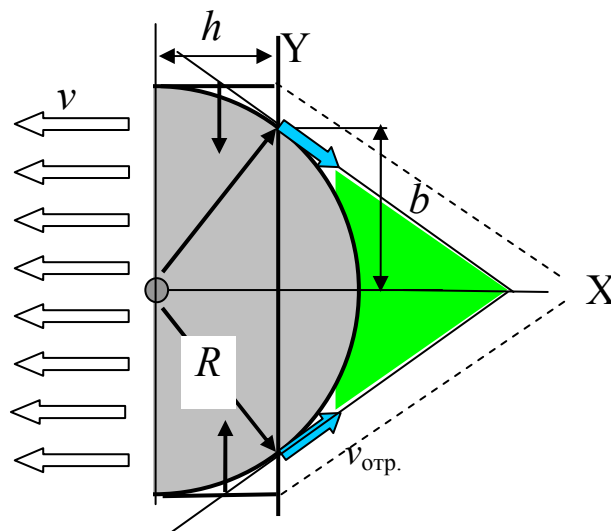


Рис. 2 – Характер срывного течения за движущимся шаром
 Slika 2 – Karakter otcepljene struje na aerodinamičkoj izlaznoj ivici kugle koja se kreće
 Figure 2 – Character of the shear flow on the aerodynamic outward contour of the moving sphere

Эта же масса содержится в объеме

$$\Delta V = \pi R^2 h - \frac{1}{6} \pi h (3R^2 + 3b^2 + h^2) \quad (14)$$

На основании (13) и (14) следует, что $h \cong R \operatorname{tg} \alpha$. (15)

Из рис. 2 получаем следующее равенство

$$\Delta t = \frac{h}{v} = \frac{R}{v_{36.}}$$

Отсюда

$$h = \frac{Rv}{v_{36.}} \quad (16)$$

Приравнявая (15) и (16) получаем для угла, при котором масса воздуха заполняет тыльную область за шаром, приобретает значение

$$\delta = \operatorname{arctg} \left(\frac{v}{v_{36.}} \right) \quad (17)$$

До критического угла $\alpha_{cp.} = \arctg\left(\frac{h}{r} \frac{1}{\sqrt{1 - h^2/R^2}}\right)$ течение возду-

ха частично компенсирует лобовое взаимодействие шара со средой. После критического угла формируется срывное течение. По мере движения потока воздуха под углом $\alpha_{cp.}$ возникающая центробежная сила постепенно компенсируется газодинамической силой, т.е.,

$$\rho \Delta S v_1 \cos(\alpha + \delta) \frac{h}{v} \frac{v_1^2}{R} \sin^2(\alpha - \delta) = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \sin^2(\alpha - \delta) \Delta S \quad (18)$$

Отсюда

$$\cos(\alpha + \delta) = \frac{Rv}{2hv_1} = 0,5 \frac{v_{36.}}{v_1}. \quad (19)$$

С учетом (16) получаем $v_1 \cong v_{36.}$ $\alpha + \delta = 60^\circ$, т.е., независимо от скорости движения, радиуса шара и скорости звука конус срывного течения обладает углом раскрыва $2\alpha = 2(60^\circ - \delta)$. Это является законом для газодинамического обтекания шара. Отсюда следует интересный вывод: чем больше скорость движения шара, тем дальше от тела удаляется вершина конуса.

В тыльной стороне до критического угла масса воздуха, которая взаимодействует нормально с поверхностью $\Delta S = 2\pi y \Delta l = 2\pi \sqrt{R^2 - x^2} \Delta x / \cos \beta$, определяется по (10). Эта масса ударно воздействует на элемент поверхности ΔS нормальной силой

$$\Delta F'_{y\delta,n} = 2\rho v_1^2 \cos^2(\beta + \delta) \Delta S \quad (20)$$

Центробежная сила нормально поверхности ΔS за время взаимодействия потока воздуха на ширине шарового слоя Δl составляет

$$\Delta F'_{ц,n} = \rho v_1^2 \cos(\beta + \delta) \sin(\beta - \delta) \frac{\Delta x}{R \cos(\beta)} \Delta S \quad (21)$$

Сила газодинамического воздействия за счет закона Бернулли

$$\Delta F'_{Б,n} = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \sin^2(\beta - \delta) \Delta S \quad (22)$$

Результирующая сила, возникающая при заполнении зоны разрежения до расстояния h по оси X-ов, равна

$$F'_{рез.} = \int_0^h \sin \beta (-dF'_{y\delta,n} + dF'_{Ц,n} + dF'_{Б,n}) \quad (23)$$

Скорость в точке начала отрыва потока

$$v_{сп.} = v_1 \sin \alpha_{сп.} \quad (24)$$

В конусе срывного течения воздух покоится, т.е., пребывает без движения. Поэтому на тыльную поверхность шара действуют две силы – ударное воздействие хаотического движения молекул воздуха и сила сдерживания движущегося шара вследствие пониженного давления в конусе срывного течения. Обе силы направлены нормально поверхности шара.

Газодинамическое давление за шаром в конусе срывного течения определяется следующим образом

$$P_{опр.} = P_{\infty} \exp\left(-\frac{m_a v_3^2 \sin^2 \alpha}{2k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{m_a v_1^2 \sin^2 (\alpha + \delta)}{2k_B T}\right) \quad (25)$$

Сила газодинамического давления неподвижного газа в срывном конусе, которая сдерживает движение шара соответственно равна

$$F_{з.д.} = (P_{\infty} - P_{опр.}) \pi (R - h')^2 \quad (26)$$

Общее лобовое сопротивление шара является суммой

$$\bar{P}_x = F_X + F'_{рез.} + F'_{y\delta,ч} + F_{з.д.} \quad (27)$$

Получается, что обтекание газовым потоком тел шарообразной формы достаточно сложный процесс. Поэтому возникает необходимость в создании программного обеспечения для расчета динамики обтекания шара с учетом всех процессов взаимодействия движущегося шара с окружающим неподвижным газом.

Программное обеспечение для компьютерного моделирования.

Программное обеспечение разработано в соответствии с алгоритмом, приведенным на рис. 3.

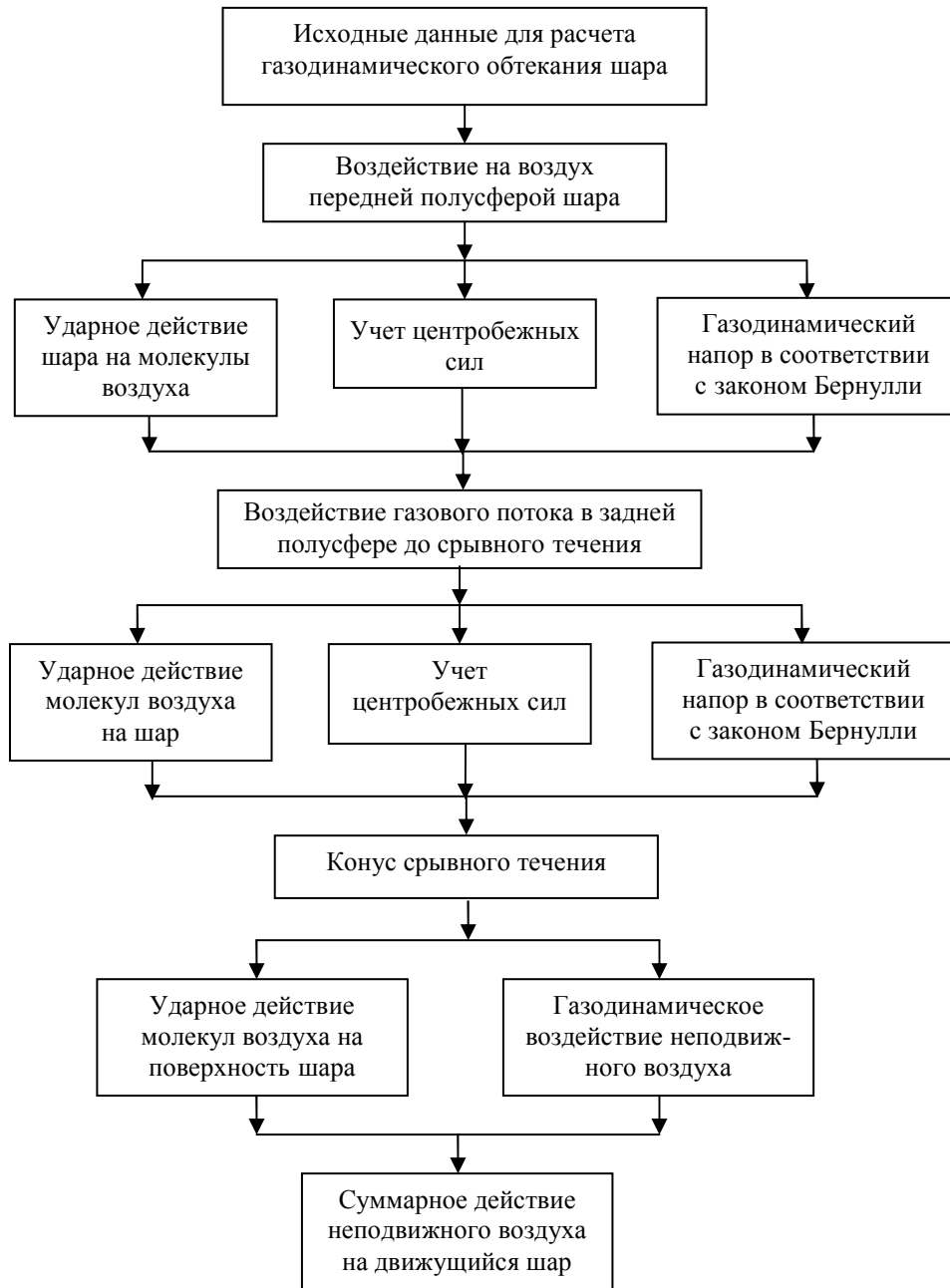


Рис. 3 – Алгоритм расчета газодинамического обтекания шара
Slika 3 – Algoritam proračuna gasodinamičkog opstrujavanja kugle
Figure 3 – Algorithm for calculating gas dynamic flow around the sphere

По разработанной программе выполнен конкретный расчет для шара диаметром 1 м в зависимости от скорости его движения. Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Зависимость лобового сопротивления шара (Н) диаметром 1 м от скорости его движения

Tabela 1 – Zavisnost čeonog otpora kugle prečnika 1 m od brzine njenog kretanja
Table 1 – Dependence of the frontal resistance of the sphere with radius 1m on its velocity

Параметры	Скорость движения, м/с							
	0,5	1	5	10	50	100	200	250
$F_{\text{лоб.}}$	0,20	0,79	19,8	79,2	1980	7920	31700	49500
$F_{\text{тыл.}}$	-0,69	-2,76	-68,8	-274	-6100	-17000	-17100	-11000
$F_{\text{срывн.}}$	0,64	2,55	63,2	249	5250	15000	22300	19600
$F_{\text{рез.}}$	0,15	0,59	14,2	54,0	1130	5860	36900	58200
$\rho_{\infty} v^2 S, H$	0,25	1,01	25,3	101	2530	10100	40500	63300

Компьютерное моделирование

Разработанное программное обеспечение позволяет осуществить анализ разных режимов движущегося шара в зависимости от скорости движения в неподвижной атмосфере, радиуса шара, состояния атмосферы и высоты полета. В качестве примера в таблице приведены результаты расчета разных действующих сил в сравнении с газодинамическим напором на мидель движущегося шара.

Выводы и предложения

Таким образом, молекулярно-кинетический анализ газодинамического обтекания шара свидетельствует о следующем. При движении шара в неподвижной атмосфере возникают три области разного механизма взаимодействия с молекулами окружающей среды:

1 – воздействие шара своей передней полусферой путем ударного действия на молекулы окружающей атмосферы со скоростью движения шара, а возникающие тангенциальные скорости движения воздуха вокруг шара формируют центробежные силы и газодинамические силы, обусловленные действием закона Бернулли.

2 – заполнение зоны разрежения до образования срывного течения происходит со скоростью звука, где возникают силы ударного действия потока молекул воздуха нормальной составляющей, а тангенциальная составляющая потока создает центробежную силу, а также газодинамическую силу в соответствии с законом Бернулли.

3 – образующийся срывной конус неподвижного воздуха создает силу газодинамического давления, обусловленного разностью давлений окружающей среды и давлением в срывном конусе.

В таблице приведены результирующие силы, возникающие в трех областях разного механизма взаимодействия движущегося шара с окружающей атмосферой. При сравнительно малых скоростях движения шара передняя полусфера ударным своим действием не компенсирует обратного действия потока воздуха в задней полусфере до образования срывного течения. Эту роль выполняет область срывного течения, т.е., парадокс корпускулярной теории Ньютона имеет место, но только частично.

По мере приближения скорости движения шара к скорости звука, наоборот, ударное действие передней полусферы в основном определяет лобовое сопротивление шара. Полеты беспилотных летательных аппаратов реализуются со скоростями не более 100 м/с. Следовательно, газовая динамика полета этих аппаратов определяется в основном срывным течением, т.е., задней полусферой. Тогда как пилотируемые большие летательные аппараты совершают полет вблизи скорости звука, где газовая динамика полета определяется в основном механизмом взаимодействия передней полусферы с окружающим воздухом. Вот почему разработанную аэродинамику для пилотируемых летательных аппаратов нельзя применять для беспилотных летательных аппаратов.

Особо следует отметить, что для движущегося шара в неподвижной атмосфере имеет место закон: *Сумма угла срыва потока и угла между результирующей скоростью и скоростью звука при выполнении неравенства $v_{зв.} \gg v$ равна примерно 60°* . Этот закон определяет размер конуса срывного течения.

Обычно полагают, что в передней полусфере давление возрастает примерно в два раза. Поэтому максимальное значение газодинамического давления составляет $\rho_\infty v^2 S_{мид}$. Эти значения в качестве сравнения приведены в таблице. Лобовое сопротивление шара меньше максимального газодинамического давления, а по мере приближения скорости движения шара к скорости звука эти давления становятся соизмеримыми.

Литература

- Беляев, Е.Н., & Червяков, В.В. 2010. Срывные течения жидкостной и газовой фазы. *Двигатель*, 69(3), стр. 38.
- Гречихин, Л.И., Лапцевич, А.А., & Куць, Н.Г. 2012. *Аэродинамика летательных аппаратов*. Мн: ИООО «Право и экономика», стр. 285.
- Симаков, Н.Н. 2013. Расчет обтекания и сопротивления шара в ламинарном и сильно турбулентном потоке. *Журнал технической физики*, 83(4), стр. 16-20.
- фон Карман, Т. 2001. *Аэродинамика: Избранные темы в их историческом развитии*. Ижевск., стр. 208.

GASNA DINAMIKA PRI KRETANJU KUGLE U NEPOKRETNJOJ GASNOJ SREDINI

Leonid Ivanovič Grečihin

Državni viši koledž za vojno vazduhoplovstvo u Minsku,
Republika Belorusija

OBLAST: mašinstvo, aerodinamika, gasna dinamika

VRSTA ČLANKA: originalni naučni članak

Sažetak:

U radu je razrađen matematički model gasodinamičkog opstrujavanja kugle. Postoje tri područja različitih mehanizama uzajamnog dejstva pokretne kugle i nepokretne gasne sredine. Pokazalo se da je otcepljena struja presudna pri malim brzinama kretanja kugle, a pri brzinama kretanja kugle koje su bliske brzini zvuka presudnu ulogu ispoljava udarno uzajamno dejstvo kugle sa sredinom u prednjoj polusferi. Otcepljena struja iza kugle čini konus sa nepokretnom gasnom sredinom. Utvrđena je zakonitost koja definiše razmere tog konusa.

Ključne reči: otcepljena struja, gasna dinamika, otcepljeni konus, zakon otcepljene struje.

GAS DYNAMICS DURING THE SPHERE MOVING IN THE STATIONARY GASEOUS ENVIRONMENT

Leonid Ivanovich Gretchihin

Minsk State Higher Aviation College, Department of Natural Science
Disciplines, Minsk, Republic of Belarus

FIELD: Mechanics, Aerodynamics, Gas Dynamics

ARTICLE TYPE: Original Scientific Paper

Abstract:

This paper developed a mathematical model of the gas dynamic fluid flow around the sphere. There are three areas of different mechanisms of the interaction of moving spheres and stationary gaseous environment. It has been proved that shear flow plays a decisiverole at sphere low velocities, while at sphere velocities close to the speed of sound the critical role is exerted by the impact interaction of the sphere with the center in the front hemisphere. The shear flow behind the sphere makes a cone with stationary gaseous environment. The principle which defines the size of the cone has been established.

Key words: shear flow, gas dynamics, stalling cone, law of shear flow.

Дата получения работы/Paper received on: 21. 01. 2014.

Дата получения исправленной версии работы/Manuscript corrections submitted on:
02. 04. 2014.

Дата окончательного согласования работы /Paper accepted for publishing on: 04. 04. 2014.