

UTICAJ PARAMETARA CILINDRIČNIH ZUPČASTIH PAROVA NA STEPEN SPREZANJA PROFILA ZUBACA

Predrag S. Dobratić^a, Mileta R. Ristivojević^b

^a Univerzitet odbrane u Beogradu, Vojna akademija,
Katedra vojnomašinskog inženjerstva

^b Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet,
Katedra za opšte mašinske konstrukcije

DOI: 10.5937/vojtehg62-5393

OBLAST: mašinstvo

VRSTA ČLANKA: originalni naučni članak

Sažetak:

U domenu prenosa i transformacije snage od pogonske do radne mašine zupčasti parovi zbog kompaktnosti konstrukcije, velike pouzdanosti i nosivosti imaju najveću primenu u mašinogradnji. Jedan od načina poboljšanja radnih karakteristika zupčastih parova, a time i zupčastih prenosnika, jeste povećanje broja istovremeno spregnutih parova zubaca, odnosno povećanje stepena sprezanja profila zubaca. U radu je detaljno analiziran parcijalni i istovremeni uticaj broja zubaca i oblika profila zubaca, preko koeficijenta pomeranja profila zubaca i ugla nagiba profila alata, na broj istovremeno spregnutih parova zubaca. Na osnovu dobijenih rezultata mogu se definisati optimalni parametri cilindričnih zupčastih parova sa aspekta veličine stepena sprezanja profila zubaca.

Ključne reči: cilindrični zupčanici, sprega zubaca, stepen sprezanja.

Uvod

Da bi se obezbedilo kontinualno prenošenje obrtnog kretanja sa pogonskog na gonjeni zupčanik, neophodno je da, pre nego što jedan par spregnutih zubaca završi svoje dodirivanje, sledeći par započne svoj dodir. Kinematski pokazatelj postojanja kontinualnosti prenošenja obrtnog kretanja jeste stepen sprezanja bokova zubaca, koji je definisan kao odnos ugla obrtanja zupčanika koji odgovara vremenu trajanja dodirnog perioda posmatranog para zubaca i ugla koji odgovara koraku zubaca. Prema ovom kriterijumu, da bi postojalo kontinualno prenošenje obrtnog kretanja, stepen sprezanja bokova zubaca mora biti veći od jedan (Ristivojević, Mitrović, 2002), (Ristivojević, 1985).

Na osnovu stepena sprezanja bokova zubaca dobija se informacija o broju istovremeno spregnutih parova zubaca, koji se smenjuju u toku dodirnog perioda. Tako, na primer, ako je $1 < \varepsilon_\gamma < 2$ – naizmenično se

smenjuju jedan i dva para zubaca, a ako je $2 < \varepsilon_\gamma < 3$ – naizmenično se smenjuju dva i tri para zubaca, itd. Jedan od načina povećanja radne sposobnosti zubaca zupčastih parova jeste angažovanje većeg broja parova zubaca u prenošenju opterećenja (Ristivojević, Mitrović, 2002), (Ristivojević, 1985). Treba napomenuti da je $\varepsilon_\gamma > 1$ samo potreban, ali ne i dovoljan uslov za ostvarivanje višestruke sprege. Sledeći uslov koji treba ispuniti je kompatibilnost između tačnosti izrade zubaca, krutosti zubaca i intenziteta ukupnog opterećenja zupčastog para.

U radu (Li, 2008) prikazan je uticaj koeficijenta visine zubaca na stepen sprezanja profila zubaca. Pokazano je da se promenama koeficijenta visine zubaca u sadejstvu sa odgovarajućim vrednostima koeficijenta pomeranja profila zubaca i kinematskog prenosnog odnosa mogu ostvariti vrednosti stepena sprezanja profila zubaca veće od četiri. U radu (Imrek, 2009) pokazano je kako se izborom odgovarajućeg konstrukcionog rešenja oblika zubaca cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima može ostvariti dvostruka sprega zubaca u svim tačkama aktivne dužine dodirnice profila zubaca kada su vrednosti stepena sprezanja profila zubaca manje od dva.

Matematički model stepena sprezanja profila zubaca

Stepen sprezanja bokova zubaca jednak je zbiru stepena sprezanja profila zubaca i stepena sprezanja bočnih linija. Kod cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima stepen sprezanja bočnih linija jednak je nuli. Sadržajno tome, kod ovih zupčastih parova stepen sprezanja bokova zubaca i stepen sprezanja profila zubaca su jednaki. U ovom radu razmatran je uticaj parametara zupčastog para na veličinu stepena sprezanja profila zubaca, koji je definisan odnosom aktivne dužine dodirnice (l) i koraka zupčanika na osnovnom krugu (p_b):

$$\varepsilon_\alpha = \frac{l}{p_b} \quad (1)$$

Smenom izraza za aktivnu dužinu dodirnice (l) i za korak zupčanika na osnovnom krugu (p_b) u jednačini 1 dobija se izraz za stepen sprezanja profila zubaca (Ognjanović, 2011), (Ristivojević, 2005):

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \cdot \sin \alpha_w}{m_n \cdot \pi \cdot \cos \alpha} \quad (2)$$

gde je m_n – standardni modul zupčanika.

Smenom izraza za osno rastojanje (a), kao i izraza za poluprečnike podeone (r_1 i r_2), podnožne (r_{f1} i r_{f2}), temene (r_{a1} i r_{a2}) i osnovne (r_{b1} i r_{b2}) kružnice u jednačini 2, dolazi se do opšteg izraza za stepen sprežanja profila zubaca (Ognjanović, 2011), (Ristivojević, 2005):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha} = & \frac{\sqrt{\left(\frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - \frac{z_2}{2} - x_2 + 1\right)^2 - \frac{z_1^2}{4} \cdot \cos^2 \alpha}}{\pi \cdot \cos \alpha} + \\ & + \frac{\sqrt{\left(\frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - \frac{z_1}{2} - x_1 + 1\right)^2 - \frac{z_2^2}{4} \cdot \cos^2 \alpha}}{\pi \cdot \cos \alpha} - \\ & - \frac{\frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \cdot \sin \alpha_w}{\pi \cdot \cos \alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

gde su:

z_1 i z_2 – broj zuba malog i velikog zupčanika, respektivno,

x_1 i x_2 – koeficijent pomeranja profila zubaca malog i velikog zupčanika, respektivno,

α – ugao nagiba profila alata (osnovne zupčaste letve),

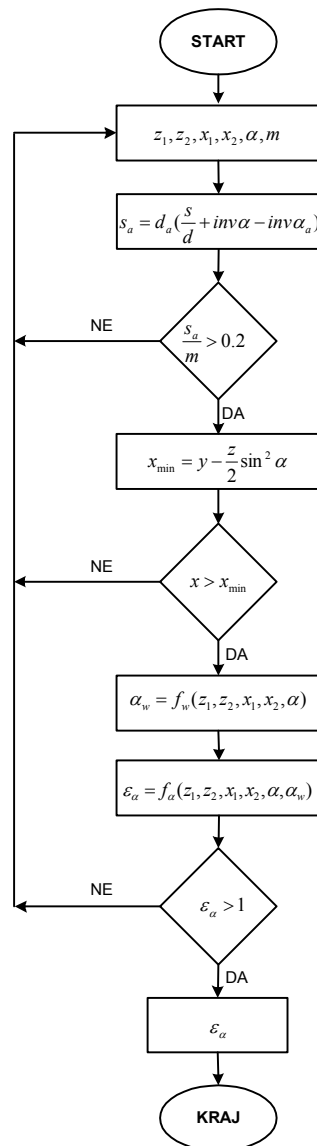
α_w – ugao dodirnice.

Ovaj izraz izveden je za koeficijent visine zubaca zupčanika $y = 1$, koeficijent visine glave alata $c_{a0} = 0,2$ i koeficijent temenog zazora $c = 0,2$.

Ako je zbir pomeranja profila zubaca $x_1 + x_2 = 0$, ugao dodirnice (α_w) jednak je uglu nagiba profila alata (α), i ako su zupci spregnutih zupčanika urađeni bez pomeranja profila, tada je $x_1 = x_2 = 0$, a opšti izraz za stepen sprežanja profila zubaca može se napisati u obliku (Ognjanović, 2011):

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha + z_1 + 1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha + z_2 + 1} - \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \sin \alpha}{\pi \cdot \cos \alpha}. \quad (4)$$

Na osnovu jednačina 3 i 4 razmotren je uticaj broja zuba malog i velikog zupčanika (z_1 i z_2), koeficijenta pomeranja profila zubaca malog i velikog zupčanika (x_1 i x_2) i ugla nagiba profila alata (α) na stepen sprezanja profila zubaca, a u skladu sa algoritmom prikazanim na slici 1 (Rosić, 2003).



Slika 1 – Algoritam za određivanje stepena sprezanja profila zubaca
 Figure 1 – Algorithm for the transverse contact ratio determination

Uticaj ugla nagiba profila alata i broja zubaca na stepen sprezanja profila zubaca

Najčešće korišćena vrednost ugla nagiba profila alata je ugao $\alpha = 20^\circ$. Međutim, za dobijanje željenih performansi zupčastog para u pogledu nosivosti bokova i podnožja zubaca, sve češće se koriste vrednosti ugla nagiba profila alata različite od $\alpha = 20^\circ$. Radi toga u ovom delu je razmatran uticaj ugla nagiba profila alata i broja zubaca spregnutih zupčanika na stepen sprezanja profila zubaca primenom jednačine 4.

Na slikama 2, 3 i 4 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata i broja zubaca spregnutih zupčanika na veličinu stepena sprezanja profila zubaca kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 = 0$ i $x_2 = 0$, i kada je broj zubaca malog zupčanika z_1 u intervalu 20 – 50.

Na slici 2 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 50$. U ovom slučaju, trostruka sprega zubaca prisutna je kod zupčastih parova koji imaju ugao nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ i kada se broj zubaca malog zupčanika z_1 nalazi u intervalu 21 – 50, odnosno kada se kinematski prenosni odnos u nalazi u intervalu 2,38 – 1.

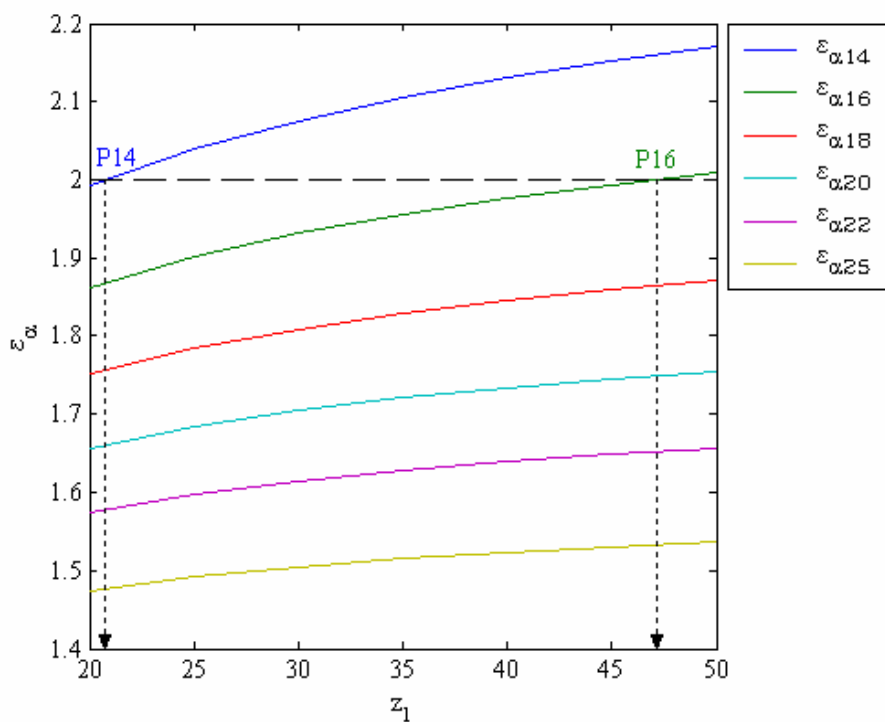
Takođe, trostruka sprega zubaca prisutna je i kod zupčastih parova pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 16^\circ$, ali u veoma malom intervalu broja zubaca malog zupčanika, $z_1 = 47 – 50$.

Na slici 3 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 200$. Trostruka sprega zubaca postiže se pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ kada je z_1 u intervalu 20 – 50 i pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 16^\circ$ kada je z_1 u intervalu 21 – 50. Pri tome, period trajanja trostruke sprege veći je kod ugla nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$.

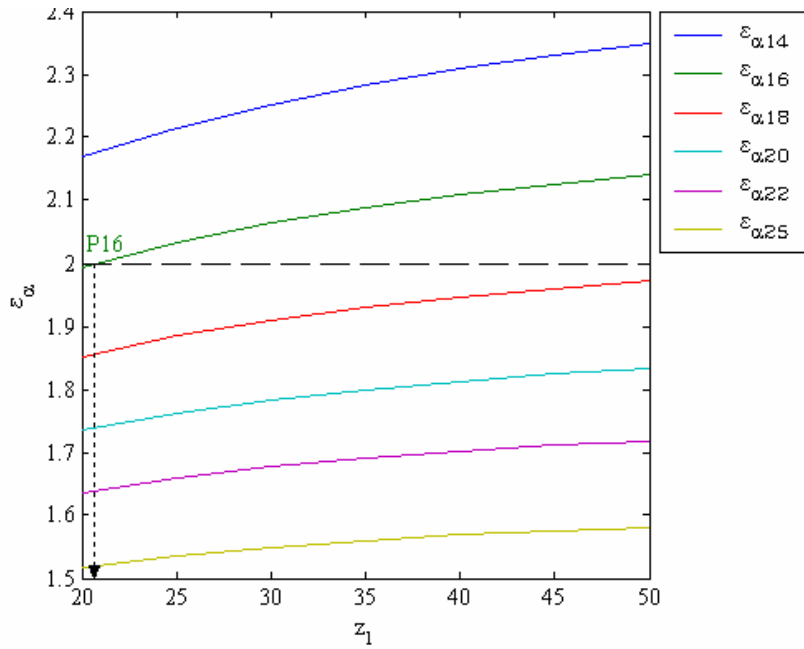
Na slici 4 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 500$. Trostruka sprega postiže se pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ i $\alpha = 16^\circ$ kada je z_1 u intervalu 20 – 50. Kod ovih zupčastih parova periodi trostruke sprege su veći od perioda trostruke sprege zupčastih parova kod kojih je $z_2 = 200$.

Stepen sprezanja profila zubaca se pri povećanju broja zubaca malog zupčanika z_1 od 20–50 povećava 8% za $\alpha = 14^\circ$, 5% za $\alpha = 20^\circ$ i 4% za $\alpha = 25^\circ$. Saglasno tome, sledi da se gradijent stepena sprezanja profila zubaca povećava sa smanjenjem ugla nagiba profila alata. Pri povećanju broja zubaca velikog zupčanika z_2 od 50–500 stepen sprezanja profila zubaca se povećava 10% za $\alpha = 14^\circ$, 5% za $\alpha = 20^\circ$ i 3% za $\alpha = 25^\circ$, s tim što se pri povećanju z_2 od 200–500 povećava 3% za $\alpha = 14^\circ$, 1% za $\alpha = 20^\circ$ i 1% za $\alpha = 25^\circ$. Ova analiza pokazuje da je uticaj broja zubaca na stepen sprezanja profila zubaca znatno izraženiji kod manjih vrednosti ugla nagiba profila alata.

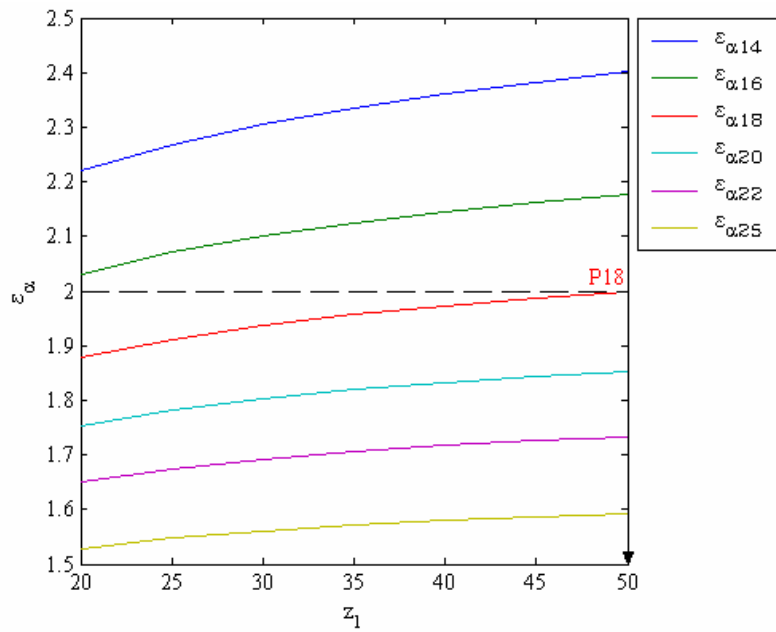
Može se zaključiti da se stepen sprezanja profila zubaca povećava sa povećanjem broja zubaca i sa smanjenjem ugla nagiba profila alata. Gradijent povećanja stepena sprezanja profila zubaca je izraženiji pri manjim vrednostima kinematskog prenosnog odnosa zupčastog para i pri manjim uglovima nagiba profila alata.



Slika 2 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=0$, $x_2=0$ i $z_2=50$
 Figure 2 – Transverse contact ratio for $x_1=0$, $x_2=0$ and $z_2=50$



Slika 3 – Stepen spreznja profila zubaca za $x_1=0$, $x_2=0$ i $z_2=200$
 Figure 3 – Transverse contact ratio for $x_1=0$, $x_2=0$ and $z_2=200$



Slika 4 – Stepen spreznja profila zubaca za $x_1=0$, $x_2=0$ i $z_2=500$
 Figure 4 – Transverse contact ratio for $x_1=0$, $x_2=0$ and $z_2=500$

Uticaj ugla nagiba profila alata, broja zubaca i koeficijenta pomeranja profila zubaca na stepen sprezanja profila zubaca

Kao što je već rečeno, najčešće korišćena vrednost ugla nagiba profila alata je ugao $\alpha = 20^\circ$. Za dobijanje željenih performansi zupčastog para u pogledu nosivosti bokova i podnožja zubaca sve češće se koriste vrednosti ugla nagiba profila alata različite od $\alpha = 20^\circ$ i koeficijenti pomeranja profila zubaca različiti od nule. U ovom delu razmatran je uticaj ugla nagiba profila alata, broja zubaca spregnutih zupčanika i koeficijenta pomeranja profila zubaca na stepen sprezanja profila zubaca primenom jednačine 3.

Koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 = x_2 = 0,5$

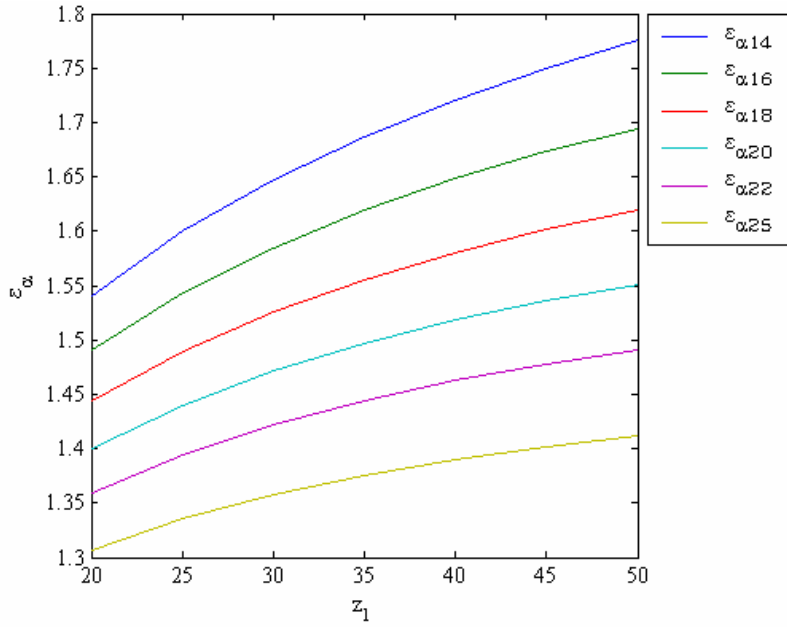
U ovom delu prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata i broja zubaca spregnutih zupčanika na veličinu stepena sprezanja profila zubaca kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 = x_2 = 0,5$ i kada se broj zubaca malog zupčanika z_1 nalazi u intervalu 20 – 50 (slike 5, 6 i 7).

Na slici 5 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 50$. U ovom slučaju trostruka sprega zubaca ne postiže se ni pri jednom uglu nagiba profila alata kada je z_1 u intervalu 20 – 50.

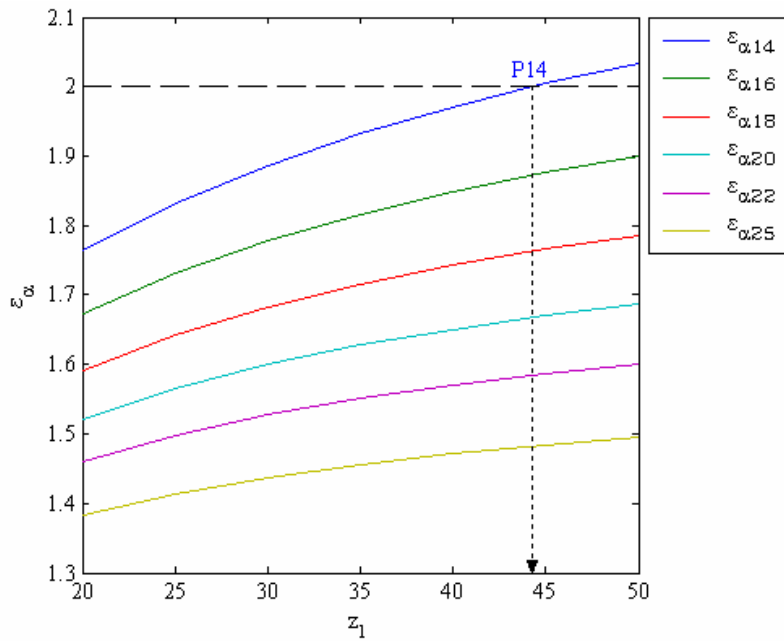
Na slici 6 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 200$. Kod ovih zupčastih parova trostruka sprega zubaca postiže se samo pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ i to u veoma malom intervalu promene broja zubaca malog zupčanika, $z_1 = 44 – 50$.

Na slici 7 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 500$. Kod ovih zupčastih parova trostruka sprega zubaca postiže se samo pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$, ali u znatno većem intervalu promene broja zubaca malog zupčanika, $z_1 = 33 – 50$.

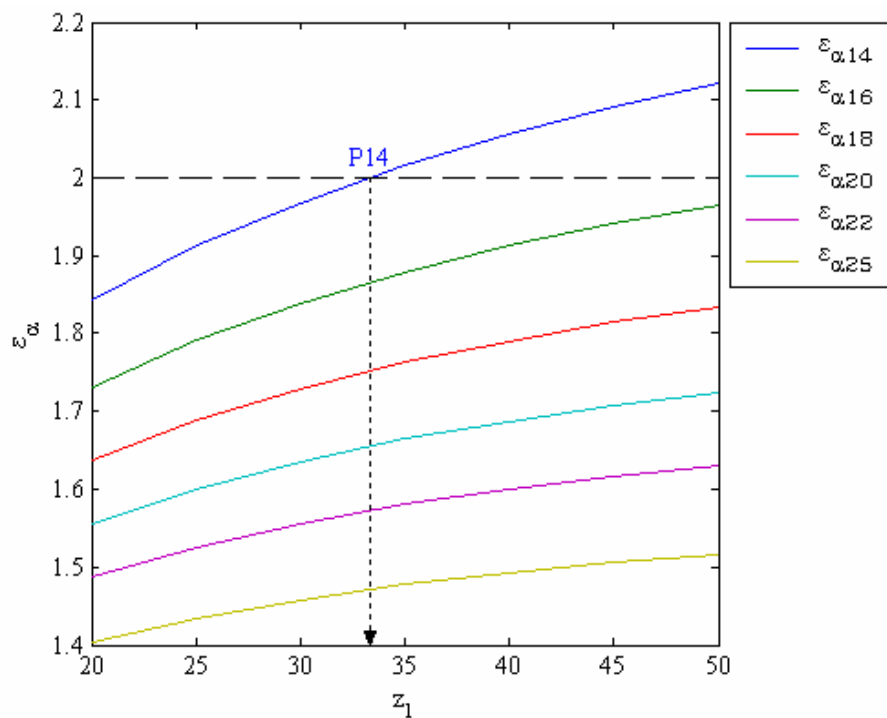
Uticaj broja zubaca na stepen sprezanja profila zubaca je znatno veći kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca veći od nule, ali su istovremeno vrednosti stepena sprezanja profila zubaca manje.



Slika 5 – Stepen spreznja profila zubaca za $x_1=0,5$, $x_2=0,5$ i $z_2=50$
 Figure 5 – Transverse contact ratio for $x_1=0.5$, $x_2=0.5$ and $z_2=50$



Slika 6 – Stepen spreznja profila zubaca za $x_1=0,5$, $x_2=0,5$ i $z_2=200$
 Figure 6 – Transverse contact ratio for $x_1=0.5$, $x_2=0.5$ and $z_2=200$



Slika 7 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=0,5$, $x_2=0,5$ i $z_2=500$
 Figure 7 – Transverse contact ratio for $x_1=0.5$, $x_2=0.5$ and $z_2=500$

Koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1=0,5$ i $x_2=-0,5$

U ovom delu prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata i broja zubaca spregnutih zupčanika na veličinu stepena sprezanja profila zubaca kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 = 0,5$ i $x_2 = -0,5$, i kada je broj zubaca malog zupčanika z_1 u intervalu 20 – 50 (slike 8, 9 i 10).

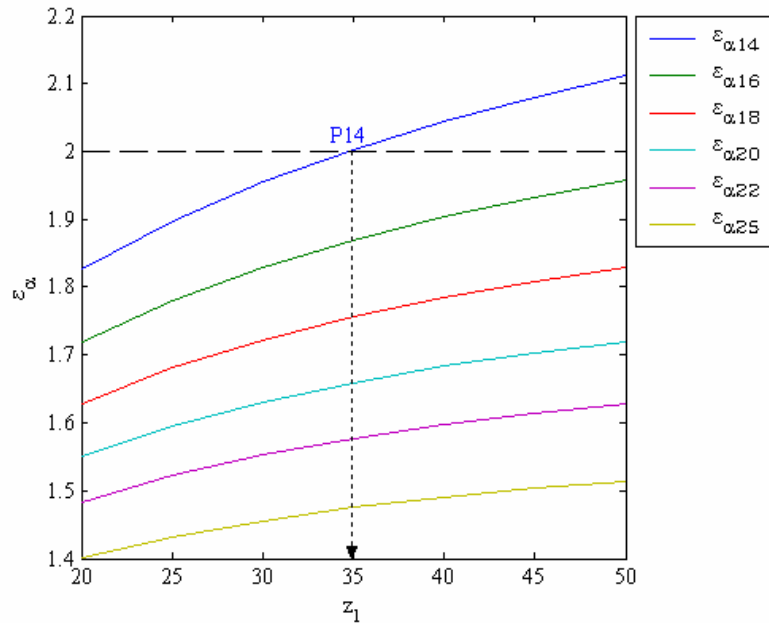
Na slici 8 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 50$. Trostruka sprega zubaca postiže se samo pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ i kada se broj zubaca malog zupčanika z_1 nalazi u intervalu 35 – 50.

Na slici 9 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 200$. Trostruka sprega zubaca postiže se pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ kada se broj zubaca malog zupčanika z_1 nalazi u intervalu 28 – 50.

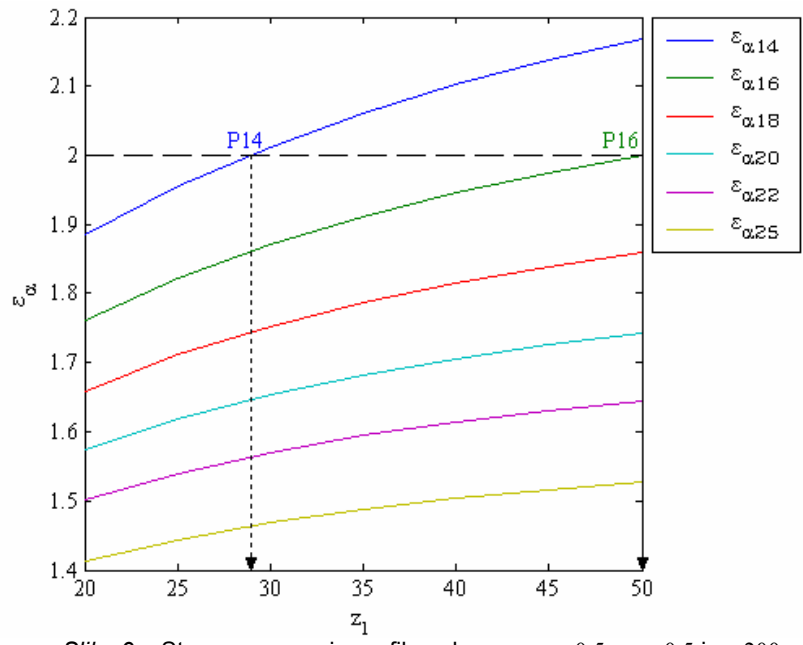
Na slici 10 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 500$. Trostruka sprega zubaca postiže se pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ kada je z_1 u intervalu 27 – 50 i pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 16^\circ$ kada se z_1 nalazi u veoma malom intervalu 48 – 50.

Stepen sprezanja profila zubaca se, pri povećanju broja zubaca malog zupčanika z_1 od 20 – 50 povećava 14% za $\alpha = 14^\circ$, 10% za $\alpha = 20^\circ$ i 7% za $\alpha = 25^\circ$. Pri povećanju broja zubaca velikog zupčanika z_2 od 50 – 500 stepen sprezanja profila zubaca povećava se 3% za $\alpha = 14^\circ$, 1,5% za $\alpha = 20^\circ$ i 1% za $\alpha = 25^\circ$, s tim što se pri povećanju z_2 od 200 – 500 povećava 1% za $\alpha = 14^\circ$, 0,5% za $\alpha = 20^\circ$ i 0,1% za $\alpha = 25^\circ$.

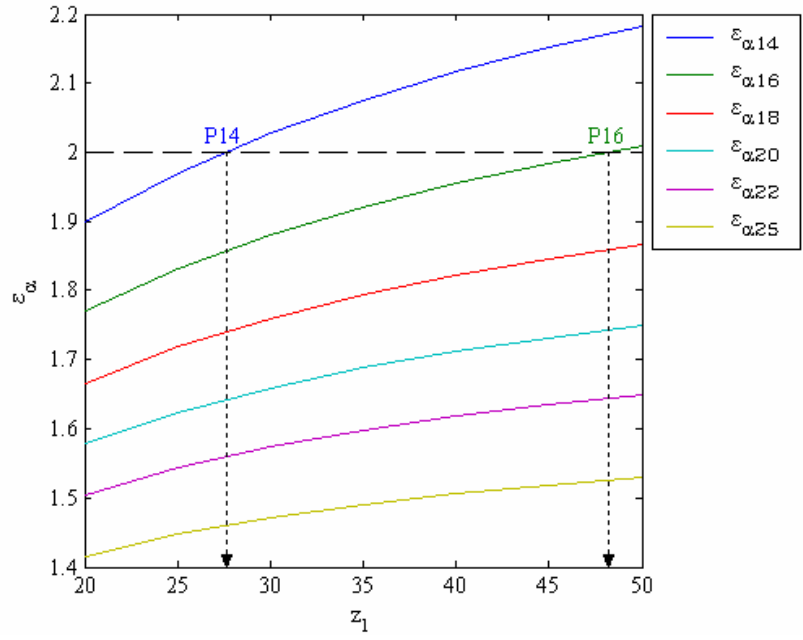
Kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca malog zupčanika pozitivni, a velikog zupčanika negativni, uticaj broja zubaca na stepen sprezanja profila zubaca je manji u odnosu na slučaj kada su oba koeficijenta pomeranja profila zubaca pozitivna. Istovremeno, povećan je interval broja zubaca malog zupčanika kada se ostvaruje trostruka sprega. Takođe, i vrednosti stepena sprezanja profila zubaca su povećane.



Slika 8 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=0,5$, $x_2=-0,5$ i $z_2=50$
 Figure 8 – Transverse contact ratio for $x_1=0.5$, $x_2=-0.5$ and $z_2=50$



Slika 9 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=0,5$, $x_2=-0,5$ i $z_2=200$
 Figure 9 – Transverse contact ratio for $x_1=0.5$, $x_2=-0.5$ and $z_2=200$



Slika 10 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=0,5$, $x_2=-0,5$ i $z_2=500$
 Figure 10 – Transverse contact ratio for $x_1=0.5$, $x_2=-0.5$ and $z_2=500$

Koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1=-0,5$ i $x_2=0,5$

U ovom delu prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata i broja zubaca spregnutih zupčanika na veličinu stepena sprezanja profila zubaca kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 = -0,5$ i $x_2 = 0,5$, i kada je broj zubaca malog zupčanika z_1 u intervalu 20–50 (slike 11, 12 i 13).

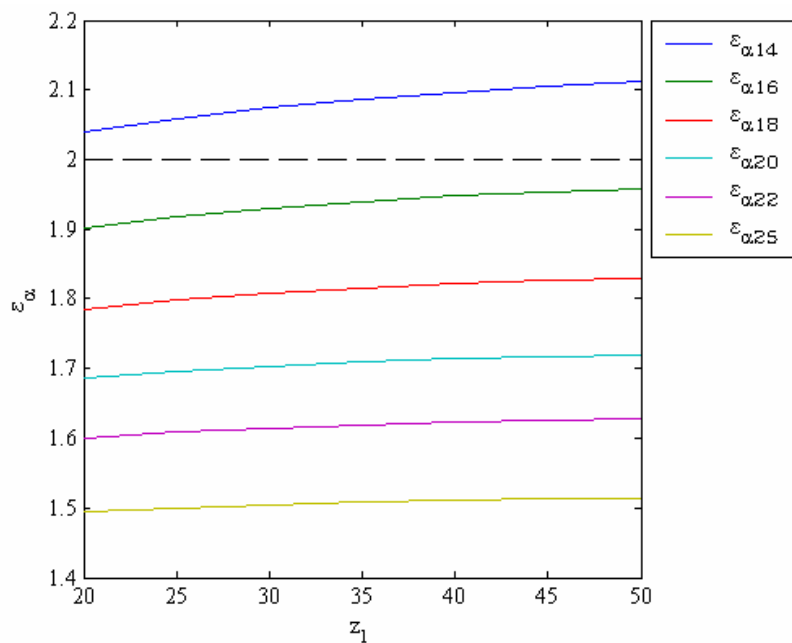
Na slici 11 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 50$. Trostruka sprega zubaca postiže se samo pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ kada je z_1 u intervalu 20–50.

Na slici 12 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 200$. Trostruka sprega zubaca postiže se pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$ i $\alpha = 16^\circ$ kada je z_1 u intervalu 20–50 i pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 18^\circ$ kada je z_1 u intervalu 28–50.

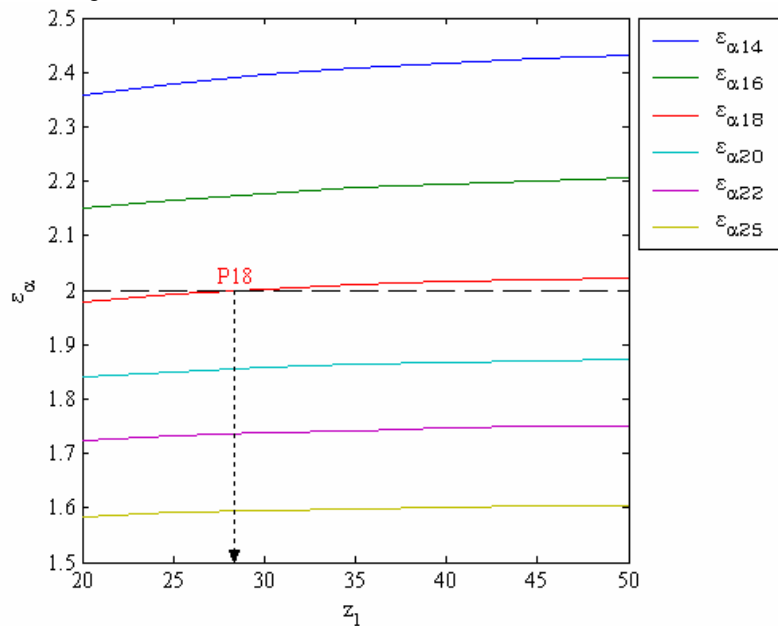
Na slici 13 prikazan je uticaj ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca kada je broj zubaca velikog zupčanika $z_2 = 500$. Trostruka sprega postiže se pri uglu nagiba profila alata $\alpha = 14^\circ$, $\alpha = 16^\circ$ i $\alpha = 18^\circ$ kada je z_1 u intervalu 20–50.

Stepen sprezanja profila zubaca se pri povećanju broja zubaca malog zupčanika z_1 od 20–50 povećava 4% za $\alpha = 14^\circ$, 2% za $\alpha = 20^\circ$ i 1% za $\alpha = 25^\circ$. Pri povećanju broja zubaca velikog zupčanika z_2 od 50–500 stepen sprezanja profila zubaca se povećava 17% za $\alpha = 14^\circ$, 10% za $\alpha = 20^\circ$ i 7% za $\alpha = 25^\circ$, s tim što se pri povećanju z_2 od 200–500 povećava 4% za $\alpha = 14^\circ$, 2,5% za $\alpha = 20^\circ$ i 2% za $\alpha = 25^\circ$.

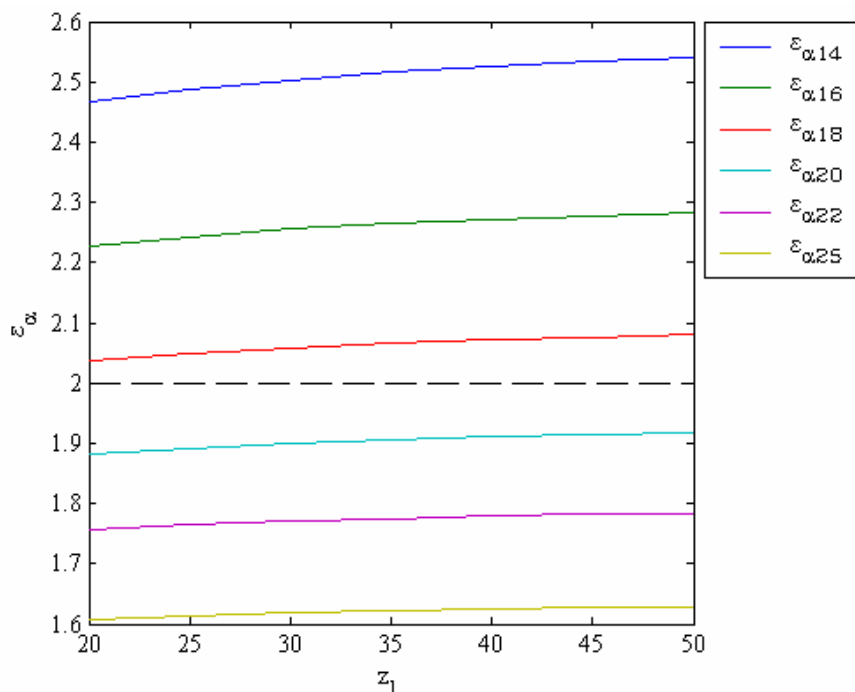
Kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca malog zupčanika negativni, a velikog zupčanika pozitivni, uticaj broja zubaca na stepen sprezanja profila je znatno manji u odnosu na slučaj kada su oba koeficijenta pomeranja profila zubaca pozitivna ili kada je koeficijent pomeranja profila zubaca malog zupčanika pozitivan, a velikog zupčanika negativan. Istovremeno, povećan je interval broja zubaca malog zupčanika kada se ostvaruje trostruka sprega. U ovom slučaju dobijene su najveće vrednosti stepena sprezanja profila zubaca. Povećan je i interval promene ugla nagiba profila alata kada se ostvaruje trostruka sprega zubaca.



Slika 11 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=-0,5$, $x_2=0,5$ i $z_2=50$
 Figure 11 – Transverse contact ratio for $x_1=-0,5$, $x_2=0,5$ and $z_2=50$



Slika 12 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=-0,5$, $x_2=0,5$ i $z_2=200$
 Figure 12 – Transverse contact ratio for $x_1=-0,5$, $x_2=0,5$ and $z_2=200$



Slika 13 – Stepen sprezanja profila zubaca za $x_1=-0,5$, $x_2=0,5$ i $z_2=500$
 Figure 13 – Transverse contact ratio for $x_1=-0.5$, $x_2=0.5$ and $z_2=500$

Promena stepena sprezanja profila zubaca sa promenom koeficijenta visine zubaca

U radu (Li, 2008) analiziran je uticaj koeficijenta visine zubaca (y) na stepen sprezanja profila zubaca cilindričnih zupčastih parova. Analiza je sprovedena za dva zupčasta para, kada je kinematski prenosni odnos $u = 1$ i $u = 2$, i kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 = x_2 = 0$.

Kod obe prikazane varijante vidi se da se stepen sprezanja profila zubaca povećava sa povećanjem koeficijenta visine zubaca (tabele 1 i 2). Da bi se sagledao istovremeni uticaj koeficijenta visine zupca i oblika profila zubaca na stepen sprezanja profila zubaca, u radu su menjane vrednosti koeficijenta pomeranja profila zubaca, a rezultati su prikazani u tabelama 1 i 2. U tabeli 1 prikazane su vrednosti stepena sprezanja profila zubaca kada se u toku dodirnog perioda ostvaruje dvostruko-trostruka sprega zubaca. Vrednosti stepena sprezanja profila zubaca kada se postiže jednostruko-dvostruka, dvostruko-trostruka, trostruko-četvorostruka i četvorostruko-petostruka sprega, prikazane su u tabeli 2.

Tabela 1 – Stepen sprezanja profila zubaca za ugao nagiba profila alata $\alpha=20^\circ$
 Table 1 – Transverse contact ratio for the pressure angle $\alpha=20^\circ$

$z_1=50$ $z_2=100$	x_1 x_2	y			
		1.05	1.1	1.2	1.3
ε_α	0 0	2.18	2.27	2.45	2.63
	0.15 0.25	2.08	2.16	2.34	2.51
	0.25 0.15	2.06	2.15	2.33	2.50
	0.15 -0.25	2.18	2.27	2.45	2.63
	-0.25 0.15	2.23	2.32	2.50	2.68
	0.25 -0.15	2.12	2.21	2.39	2.57
	-0.15 0.25	2.17	2.26	2.44	2.62
	-0.15 -0.25	2.29	2.38	2.57	2.76
	-0.25 -0.15	2.30	2.40	2.58	2.77

Za oba para zupčanika u sprezi povećanje koeficijenta visine zubaca za 20% (na primer, sa $y=1$ na $y=1,2$) povećava stepen sprezanja profila zubaca približno za 15%. Za spregnuti zupčasti par kada je $z_1 = 94$ i $z_2 = 94$ povećanje koeficijenta visine zubaca za 50% (na primer, sa $y=1$ na $y=1,5$) povećava stepen sprezanja profila zubaca približno za 30%, a smanjenje koeficijenta visine zubaca za 50% (na primer, sa $y=1$ na $y=0,5$) smanjuje stepen sprezanja približno za 50%. Na osnovu toga može se zaključiti da je gradijent povećanja stepena sprezanja profila zubaca veći pri manjim vrednostima koeficijenta visine zubaca.

Kod oba zupčasta para u sprezi najveći stepen sprezanja profila zubaca dobija se kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 < 0$ i $x_2 < 0$, a najmanji kada su koeficijenti pomeranja profila zubaca $x_1 > 0$ i $x_2 > 0$, i njihova međusobna razlika iznosi oko 8–10%.

U svim slučajevima prikazanim u tabelama 1 i 2, stepen sprezanja profila zubaca je veći kada je $x_2 > x_1$, nego kada je $x_2 < x_1$. Stepen sprezanja profila zubaca, kod oba prikazana primera, opada sa porastom koeficijenata pomeranja profila zubaca x_1 i x_2 .

Takođe, može se primetiti da se stepen sprezanja profila zubaca, za slučaj kada su $x_1 > 0$ i $x_2 < 0$ ili kada su $x_1 < 0$ i $x_2 > 0$, veoma malo razlikuje od stepena sprezanja profila zubaca kad nema pomeranja profila zubaca $x_1 = 0$ i $x_2 = 0$. Ova razlika iznosi 2–4% za vrednosti stepena sprezanja profila zubaca koje su prikazane u tabeli 1, odnosno samo 1% za vrednosti koje su prikazane u tabeli 2. Time se još jednom potvrđuje da se najveće promene stepena sprezanja profila zubaca postižu kada su $x_1 < 0$ i $x_2 < 0$ ili kada su $x_1 > 0$ i $x_2 > 0$.

Tabela 2 – Stepen sprezanja profila zubaca za ugao nagiba profila alata $\alpha=14,5^\circ$
 Table 2 – Transverse contact ratio for the pressure angle $\alpha=14,5^\circ$

$z_1=94$ $z_2=94$	x_1 x_2	y												
		0.5	0.6	0.8	0.85	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.875
ε_α	0 0	1.22	1.45	1.89	1.99	2.10	2.31	2.50	2.72	2.91	3.11	3.30	3.49	3.99
	0.15 0.25	1.15	1.37	1.79	1.89	1.99	2.20	2.39	2.59	2.78	2.97	3.16	3.34	3.83
	0.25 0.15	1.15	1.37	1.79	1.89	1.99	2.20	2.39	2.59	2.78	2.97	3.16	3.34	3.83
	0.15 -0.25	1.23	1.46	1.90	2.01	2.12	2.33	2.54	2.74	2.94	3.14	3.33	3.52	4.03
	-0.25 0.15	1.23	1.46	1.90	2.01	2.12	2.33	2.54	2.74	2.94	3.14	3.33	3.52	4.03
	0.25 -0.15	1.20	1.42	1.86	1.96	2.07	2.27	2.48	2.68	2.87	3.07	3.26	3.44	3.95
	-0.15 0.25	1.20	1.42	1.86	1.96	2.07	2.27	2.48	2.68	2.87	3.07	3.26	3.44	3.95
	-0.15 -0.25	1.28	1.52	1.98	2.09	2.20	2.42	2.63	2.84	3.05	3.25	3.45	3.64	4.16
	-0.25 -0.15	1.28	1.52	1.98	2.09	2.20	2.42	2.63	2.84	3.05	3.25	3.45	3.64	4.16

Zaključak

Sprovedena analiza je pokazala da se variranjem parametara zupčastog para mogu menjati vrednosti stepena sprezanja profila zubaca, odnosno uticati na broj istovremeno spregnutih zubaca u prenošenju ukupnog opterećenja zupčastog para.

Većim vrednostima broja zubaca spregnutih zupčanika, odnosno većim vrednostima kinematskog prenosnog odnosa odgovaraju veće vrednosti stepena sprezanja profila zubaca. Nasuprot tome, manjim vrednostima ugla nagiba profila alata odgovaraju veće vrednosti stepena sprezanja profila zubaca. Pri tome, gradijent uticaja broja zubaca i ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca zavisi od vrednosti koeficijenta pomeranja profila zubaca. Ovaj gradijent je najveći kada su vrednosti koeficijenta pomeranja profila zubaca malog i velikog zupčanika negativne.

Negativnim vrednostima koeficijenta pomeranja profila zubaca malog zupčanika i pozitivnim vrednostima kod velikog zupčanika dobija se najmanji gradijent uticaja broja zubaca i ugla nagiba profila alata na stepen sprezanja profila zubaca. Istovremeno, pri ovoj kombinaciji koeficijenta pomeranja profila zubaca dobijaju se najveće vrednosti stepena sprezanja profila zubaca.

Sprovedena analiza je pokazala da se variranjem broja zubaca zupčastog para, ugla nagiba profila alata i koeficijenta pomeranja profila ne mogu ostvariti vrednosti stepena sprezanja profila zubaca veće od tri. To znači da se u toku dodirnog perioda može ostvariti samo dvostruka i trostruka sprega zubaca. Za postizanje četvorostruke sprege zubaca potrebno je menjati koeficijent visine zupca.

Literatura

Imrek, H. 2009. Width modification for gears with low contact ratio. *Meccanica*, 44(5), pp. 613-621.

Li, S. 2008. Effect of addendum on contact strength, bending strength and basic performance parameters of a pair of spur gears. *Mechanism and Machine Theory*, 43(12), pp. 1557-1584.

Ognjanović, M. 2011. *Mašinski elementi*. Beograd: Mašinski fakultet.

Rosić, B. 2003. *Planetarni prenosnici - unutrašnji cilindrični parovi*. Beograd: Mašinski fakultet.

Ristivojević, M. 1985. *Analiza raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca sa primenom na čvrstoću podnožja zupca zupčanika*. Beograd: Mašinski fakultet. Magistarski rad.

Ristivojević, M., & Mitrović, R. 2002. *Raspodela opterećenja - zupčasti parovi i kotrljajni ležaji*. Beograd: Mašinski fakultet.

Ristivojević, M. 2005. *Zupčanici 1 – kinematika i kontrola*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

INFLUENCE OF THE CYLINDRICAL GEAR PAIRS PARAMETERS TO THE TRANSVERSE CONTACT RATIO

FIELD: Mechanical Engineering
ARTICLE TYPE: Original Scientific Paper

Summary:

In the field of transmission and power transformation from the power engine to the working machine, gear pairs, are mostly used in mechanical engineering due to their compactness of the structure, high reliability and capacity. One way of improving the performance characteristics of gear pairs, and thus the gear transmitters, is to increase the number of simultaneously meshed pairs of teeth, or increasing the transverse contact ratio. To this end, this paper analyzes in detail the partial and simultaneous influence of the number of teeth and tooth profile shapes, moving through shifting coefficient and pressure angle, to the number of simultaneously meshed pairs of teeth. The obtained results allow us to define the optimum parameters of cylindrical gear pairs, in terms of the size of the transverse contact ratio.

Introduction

The kinematic indicator of the existence of the transmitting continuity of a rotary movement is the total contact ratio. In order to achieve the transmitting continuity of a rotary movement, the total contact ratio must be higher than one.

Based on the total contact ratio, the information on the number of simultaneously meshed pairs of the teeth which rotate during the contact period is obtained. For example, if the $1 < \varepsilon_\gamma < 2$ – one and two pairs of teeth alternately take turn, and if the $2 < \varepsilon_\gamma < 3$ – two and three pairs of teeth alternately take turn, etc. It should be noted that the $\varepsilon_\gamma > 1$ is a necessary but not sufficient condition for achieving multiple meshes. The next condition to meet is the compatibility between the accuracy of teeth production, the teeth rigidity and the intensity of the total load of the teeth pair.

The influence of the addendum coefficient on the transverse contact ratio is shown in the paper (Li, 2008). It is shown that changes in the

shifting coefficient and gear ratio can achieve the transverse contact ratio value higher than four. The paper (Imrek, 2009) showed that the appropriate structural solution of the form of the teeth of spur gears can achieve a double mesh of the teeth at all points of the length of the line of action, when the value of the transverse contact ratio is less than two.

The mathematical model of the transverse contact ratio

This section presents a mathematical model (equations from 1 to 4) and the algorithm (Fig. 1) to determine the transverse contact ratio.

The effect of the pressure angle and the number of teeth on the transverse contact ratio

This section analyzes the effect of the pressure angle and the number of the teeth meshed on the transverse contact ratio using equation 4. Figs. 2, 3 and 4 show the effect of the pressure angle and the number of the teeth meshed on the size of the transverse contact ratio when the shifting coefficient $x_1 = 0$ and $x_2 = 0$, and when the number of the teeth on the pinion z_1 is in the interval from 20–50.

The analysis shows that the influence of the number of the teeth on the transverse contact ratio is much more pronounced at smaller values of the pressure angle.

It can be concluded that the transverse contact ratio increases with the number of teeth and with a reduction in the pressure angle. The gradient of enhancement of the transverse contact ratio is more expressed at lower values of the gear ratio and at lower pressure angles.

The effect of the pressure angle, the number of teeth and the shifting coefficient on the transverse contact ratio

This section analyzes the effect of the pressure angle, the number of teeth meshed and the shifting coefficient on the transverse contact ratio using equation 3.

Shifting coefficients $x_1 = x_2 = 0.5$

This section shows the influence of the pressure angle and the number of the teeth meshed on the size of the transverse contact ratio when the shifting coefficients are $x_1 = x_2 = 0.5$ and when the number of the teeth on the pinion Z_1 is in the interval from 20–50 (Figs. 5, 6 and 7).

The influence of the number of the teeth on the transverse contact ratio is significantly higher when the shifting coefficients are higher than zero, but at the same time the value of the transverse contact ratio is lower.

Shifting coefficients $x_1 = 0.5$ and $x_2 = -0.5$

This section shows the influence of the pressure angle and the number of the teeth meshed on the size of the transverse contact ratio when the shifting coefficients are $x_1 = 0.5$ and $x_2 = -0.5$ and when the number of the teeth on the pinion z_1 is in the interval from 20–50 (Figs. 8, 9 and 10).

When the shifting coefficients of the pinion are positive and the shifting coefficients of the gear are negative, the influence of the number of the teeth on the transverse contact ratio is lower than in the case when both shifting coefficients are positive. At the same time, the interval number of the teeth of the pinion is increased, when the triple mesh is achieved. Also, the value of the transverse contact ratio is increased.

Shifting coefficients $x_1 = 0.5$ and $x_2 = 0.5$

This section shows the influence of the pressure angle and the number of the teeth meshed on the size of the transverse contact ratio when the shifting coefficients are $x_1 = -0.5$ and $x_2 = 0.5$, and when

the number of the teeth on the pinion z_1 is in the interval from 20 – 50 (Figs. 11, 12 and 13).

When the shifting coefficients of the pinion are negative and the shifting coefficients of the gear are positive, the influence of the number of the teeth on the transverse contact ratio is much lower compared to the case when both coefficients are positive or when the shifting coefficient of the pinion is positive, a the gear's one is negative. At the same time, the interval number of the teeth of the pinion is increased, when the triple mesh is achieved. In this case, the highest values of the transverse contact ratio were obtained. The interval of the pressure angle was increased when the triple mesh of the teeth is achieved.

The change of the transverse contact ratio by changing the addendum coefficient

The paper (Li, 2008) analyzed the impact of the addendum coefficient (y) on the transverse contact ratio of the cylindrical gear pair. The analysis was conducted for two gear pairs, when the gear ratio $u = 1$ and $u = 2$, and when the shifting coefficients $x_1 = x_2 = 0$.

What was shown in both variants is that the transverse contact ratio increases with the growth of the addendum coefficient. To perceive the simultaneous influence of the addendum coefficient and the shape of teeth profiles on the transverse contact ratio, the shifting coefficient was changed in the paper, and the results are shown in Tables 1 and 2.

Conclusion

Higher values of the number of teeth meshed gears and higher values of the gear ratio correspond to higher values of the transverse contact ratio. In contrast, the lower values of the pressure angle correspond to higher values of the transverse contact ratio. Thereby, the gradient of the influence of the number of teeth and the pressure angle on the transverse contact ratio depends on the value of the shifting coefficient. This gradient has the highest value when the shifting coefficients of the pinion and the gear are negative.

The negative values of the shifting coefficient of the pinion and the positive values of the shifting coefficient of the gear cause the smallest gradient influence of the number of teeth and the pressure angle on the transverse contact ratio. At the same time, the combination of shifting coefficients causes the highest value of the transverse contact ratio.

The analysis has shown that by varying the number of teeth of the gear pair, the pressure angle and the shifting coefficient, the value of the transverse contact ratio higher than three cannot be accomplished. This means that during the contact period only a double and triple mesh of teeth can be achieved. For achieving the quadruple mesh of teeth, it is necessary to change the addendum coefficient.

Key words: spur gears, mesh of teeth, contact ratio.

Datum prijema članka/Paper received on: 24. 01. 2014.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa/Manuscript corrections submitted on: 14. 02. 2014.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje/ Paper accepted for publishing on: 16. 02. 2014.