Stručni rad

UDK:621.315
BIBLID:0350-8528(2012),22.p.33-41
doi:10.5937/zeint22-2489

Matematički model statičke estimacije stanja prenosne mreže

Aleksandar Ivanov[1], Dragan Đorđević[1]

[1] Elektrotehnički institut Nikola Tesla, Univerzitet u Beogradu
Koste Glavinića 8a, 11000 Beograd, Srbija
aleksandar.ivanov@ieent.org

Kratak sadržaj: U radu se izlažu karakteristike i mogućnosti statičkog estimatora stanja energetskog sistema. Prikazan je matematički oblik rešavanja grešaka merenja i njihova obrada, kao i opšti model estimacije stanja i brzi odvojeni model estimacije stanja sa primerom u kome su primenjeni ovi modeli.

Ključne reči: Estimator maksimalne verovatnoće, estimator najmanjih kvadrata, matrica pojačanja.

1. Uvod

Statička estimacija (SE) [1] se koristi za nadgledanje rada energetskog sistema tokom normalnog funkcionisanja, kada se sistem nalazi u kvazistacionarnom stanju, odnosno kada reaguje na spore promene potrošnje i proizvodnje. Takođe, pri tome se pretpostavlja da ne postoji značajna fazna neravnoteža i da su svi prenosni vodovi u transpoziciji te se trofazni sistemi mogu modelovati ekvivalentnim jednofaznim sistemom.

Prikazani model mreže, kao i svi opisani tipovi merenja mogu se izraziti kao funkcija stanja sistema. Ova predstava nije linearna i ne uključuje moguće greške zbog neizvesnih mrežnih parametara, mernih grešaka ili odstupanja i šuma koji se može javiti pri prenosu informacija kroz telekomunikacioni sistem.

Razmatrani vektor z sadrži skup merenja koja se mogu izraziti prikazanim stanjima sistema kao što je prikazano u (1):

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ -- \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ ------- \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ -- \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e \tag{1}$$

Vektori promenljivih veličina su:

$h^T = [h_1(x), h_2(x), \ldots ,h_m(x)]$

$h_i(x)$ je nelinearna funkcija *i*-tog merenja vezanog za vektor stanja.

$x^T=[x_1,x_2, \ldots x_n]$ je vektor stanja sistema

$e^T=[e_1,e_2, \ldots , e_m]$ je vektor grešaka merenja

2. Greške merenja i njihove osobine

Formulacija problema estimacije stanja zasniva se na konceptu procene stanja sa maksimalnom verovatnoćom. Estimator maksimalne verovatnoće (EMV) za slučajne promenljive nalazi maksimum funkcije verovatnoće koja je definisana na osnovu pretpostavki učinjenih pri formulaciji problema. Dakle EMV za različite formulacije problema će dati različite rezultate. Naša pretpostavka pri formulaciji problema je da zajednička funkcija gustine verovatnoće u skupu od *m* merenja se može dobiti jednostavnim uzimanjem rezultata pojedinih standardnih normalnih raspodela koji odgovaraju svakom merenju. Krajnji rezultat funkcije $f_m(z)$ daje:

$$f_m=f(z_1)f(z_2)\cdots f(z_3) \tag{2}$$

i predstavlja funkciju verovatnoće za skup od *m* merenja

Da bi se pojednostavilo izračunavanje, logaritmuje se funkciju verovatnoće i proglasi se logaritamskom funkcijom verovatnoće i označi se sa τ Funkcija τ se izražava kao

$$\tau = \log f_m(z) = \sum_{i=1}^{m} \log f(z_i) = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{z_i-\mu_i}{\sigma_i}\right)^2 - \frac{m}{2}\log 2\pi - \sum_{i=1}^{m}\log\sigma_i \tag{3}$$

gde je z_i merena promenljiva, μ_i je matematičko očekivanje a, σ_i standardno odstupanje za i-to merenje.

Treba imati na umu da će maksimalne vrednosti τ i $f_m(z)$ dovesti do istih optimalnih rešenja zbog prirodnog monotonog rasta logaritamske funkcije. Dakle EMV stanja se mogu naći pronalaženjem maksimuma funkcije verovatnoće ili logaritamske funkcije verovatnoće za dati skup merenja $z_1,z_2,\ldots,z_m$. To je optimizacioni problem koji se može formulisati kao:

- pronalaženje maksimuma funkcije $\log f_m(z)$

ili

minimuma $\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{z_i-\mu_i}{\sigma_i}\right)^2$.

Definisaćemo ostatak merenja kao:

$$r_i = z_i - E(z_i) \tag{4}$$

gde je $E(z_i) = h_i(x)$ a h_i je nelinearna funkcija koja se odnosi na vektor stanja sistema pri i-tom merenju.

Recipročne vrednosti odstupanja merenja mogu da se posmatraju kao odgovarajući težinski faktori koji se dodeljuju svakom pojedinačnom merenju. Visoke vrednosti težinskog faktora se dodeljuju preciznim merenjima sa malim odstupanjima, a male vrednosti merenjima sa velikom mernom neizvesnošću. Označimo ove težinske faktore kao $W_{ii}=\sigma_i^{-2}$ za i-to merenje.

Korišćenjem date notacije i definisanjem promenljivih, formulacija EMV se može prikazati kao sledeći optimizacioni problem:

-pronalaženje minimuma funkcije $\sum_{i=1}^{m} W_{ii} r_i^2$. (5)

Odnosi se na $z_i = h_i(x) + r_i$, $i=1,...,m$

Rešenje za gore pomenuti optimizacioni problem daje težinski estimator najmanjih kvadrata (ENK) za *x*.

3. Matematički model estimacije stanja

Dobijanje EMV procene kada su greške merenja nezavisne jedna od druge i pokoravaju se normalnoj raspodeli, sastoji se od rešavanja ENK problema, definisanog jednačinom (5) čija funkcija cilja se može zapisati na sledeći način:

$$J(x) = [z - h(x)]^T W [z - h(x)] = \sum_{i=1}^{m} \frac{[z_i - h_i(x)]^2}{\sigma_i^2} \tag{6}$$

gde je $W = R^{-1}$,a R je dijagonalna matrica čiji su elementi duž glavne dijagonale kvadrati standardnog odstupanja pri i-tom merenju.

U tački rešenja, sledećih *n* uslova optimalnosti prvog reda mora biti zadovoljeno:

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow H^T(x) W [z - h(x)] = 0, \tag{7}$$

gde je :

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \tag{8}$$

Jakobijeva matrica $m \times n$ vektora $h(x)$.

Cilj je da se dobije vektor *x* koji zadovoljava nelinearnu jednačinu (7). Kao i u problemu određivanja tokova snaga, najefikasniji način da se to uradi jeste primena Njutn-Rapsonovog iterativnog procesa koji konvergira kvadratno ka rešenju. Zanemarujući one članove koje sadrže izvode drugog reda $h(x)$, linearni sistem obuhvata *n* jednačina koji mora biti rešen u svakoj iteraciji:

$$G(x^k)\Delta x^k = H^T(x^k)W\left[z - h(x^k)\right] \tag{9}$$

gde x^k označava vrednost *x* na k-toj iteraciji i :

$$G(x) = H^T(x)WH(x) \tag{10}$$

je poznat kao *matrica pojačanja.* Ako je matrica H punog ranga, onda je simetrična matrica G pozitivno definitna i sistem jednačina (10) ima jedinstveno rešenje. Nakon rešavanja sistema jednačina vektor stanja se koriguje pre ponavljanja procesa:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \tag{11}$$

Zbog jednostavnosti zapisa, i zanemarujući zavisnost *H* od *x,* iterativni postupak baziran na gore navedenim jednačinama može biti sumarno prikazan kao:

1. Inicijalizuje se vektor $x=x^0$ sa fiksnim vrednostima napona ($V_i=1$ *r.j. i* $\theta_i=0$) i brojač iteracija se postavlja na $k = 0$. Izvršava se optimalno preuređenje redova/kolona matrice G, za koji su nam potrebne nenulte grupacije elemenata.
2. Izračunavaju se ostaci merenja $\Delta z^k = z - h(x^k)$
3. Izračunava se *H* i $G = H^T WH$
4. Reši se linearni sistem:

$$G\Delta x^k = H^T W \Delta z^k \tag{12}$$

   korišćenjem se osobina retke strukture matrica *H* i *G*. To podrazumeva Čoleski dekompoziciju matrice pojačanja ($G=U^TU$) i posledični napred/nazad proces eliminacije.
5. Korigovati vektor stanja $\left(x^{k+1} = x^k + \Delta x^k\right)$ i brojač iteracija $(k = k+1)$.

Ako bilo koji elemenat Δx prelazi unapred postavljene granice konvergencije treba se vratiti na korak 2, a u suprotnom završiti proceduru. Ovo je opšti model rešavanja problema estimacije stanja.

4. Brzi odvojeni estimator

Kako se SE izvodi u realnom vremenu, u okruženju gde mreža može biti vrlo velika, bilo koje pojednostavljenje koje štedi vreme za rešavanje je dobrodošlo. Kao i u proračunu tokova snaga, najuspešnija varijanta osnovnog prethodno opisanog procesa mora da koristi određene aproksimacije radi dobijanja *matrice pojačanja*.

U tom smislu, najintuitivniji pristup se sastoji u tome da se ne koriguje matrica G u svakoj iteraciji (Njutn Rapson sa konstantnim Jakobijanom), čime se štedi preskakanjem jedne od najzahtevnijih faza u svakoj iteraciji, odnosno LU dekompozicija.

Najpopularnije pojednostavljanje međutim proizilazi iz poznatog razdvajanja problema na aktivni i reaktivni podproblem, što dovodi do takozvanih dekuplovanih estimatora [2,3]. Označavajući skup merenja u vezi sa aktivnim i reaktivnim problemima sa z_a *i* z_r respektivno i označavanjem faznih uglova i modula napona respektivno sa x_a *i* x_b, matrice koje su uključene u proces rešavanja mogu se podeliti na sledeći način:

$$H = \begin{pmatrix} H_{aa} & H_{ar} \\ H_{ra} & H_{rr} \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} W_a & 0 \\ 0 & W_r \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} G_{aa} & G_{ar} \\ G_{ra} & G_{rr} \end{pmatrix} \tag{13}$$

Numeričke vrednosti koje odgovaraju vandijagonalnim blokovima matrice *H*, a samim tim i matrice *G*, su značajno manji od numeričkih vrednosti u dijagonalnim blokovima, koje se menjaju vrlo malo u toku iterativnog procesa. Pribegavajući istim pojednostavljujućim pretpostavkama kao u slučaju proračuna tokova snaga, i normalizacijom merenih snaga sa odgovarajućim amplitudama napona (računato na prosečnu vrednost napona), konstantni i dekuplovani Jakobijan i *matrica pojačanja* se dobijaju kao:

$$G = \begin{pmatrix} G_{aa} & 0 \\ 0 & G_{rr} \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} G_{aa} &= H_{aa}^T W_a H_{aa} \\ G_{rr} &= H_{rr}^T W_r H_{rr} \end{aligned} \tag{14}$$

kao i jedan pribliđan dekuplovan vektor:

$$\begin{pmatrix} T_a \\ T_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{aa}^T W_a \Delta z_a \\ H_{rr}^T W_r \Delta z_r \end{pmatrix} \tag{15}$$

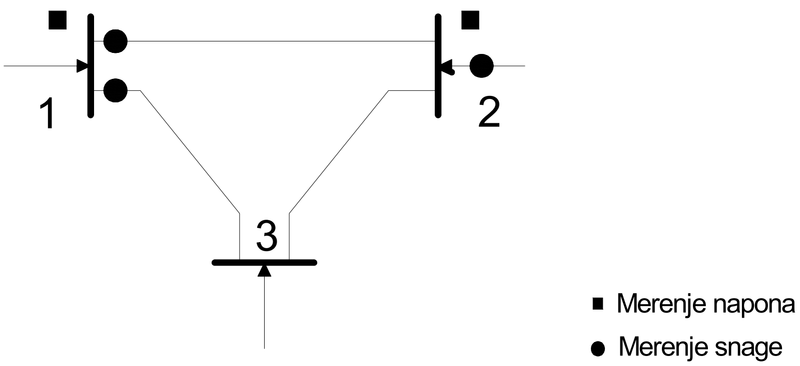
Treba imati na umu da se izmenom G utiče samo na brzinu konvergencije, dok aproksimacija nezavisnog vektora stanja u izvesnoj meri utiče na njegovu procenu.

Brza dekuplovana SE sa ENK, koja se sastoji od dva dekuplovana sistema jednačina sa konstantnim koeficijentima, koji su uključeni u sledeći iterativni sistem:

1. Izgraditi i razložiti na činioce G_{aa} *i* G_{rr}
2. Izračunati T_a
3. Rešiti $G_{aa}\Delta\theta = T_a$
4. Korigovati fazne uglove $\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta$
5. Izračunati T_r
6. Rešiti $G_{rr}\Delta V = T_r$
7. Korigovati amplitude napona $V^{k+1} = V^k + \Delta V$
8. Vrati se na korak 2 sve dok konvergencija nije dostignuta

5. Modelovanje mreže estimatorom stanja

Razmatra se sistem sa tri sabirnice, prikazan na slici 1 čije su vrednosti električnih parametara date u tabeli 1.



***Slika 1**. Model mreže za estimator stanja*

Tabela 1. Parmetri mreže sa slike

Grana		Rezistanse	Reaktanse	½ Susceptanse
Iz čvora	U čvor	R(r.j.)	X(r.j.)	b_s
1	2	0.01	0.03	0.0
1	3	0.02	0.05	0.0
2	3	0.03	0.08	0.0

Tabela 2. Merene vrednosti i pripadajući teđinski faktori su dati u sledećoj tabeli:

Indeks, i	Tip	Vrednost(r.j.)	W_{ii}(r.j.)
1	p_{12}	0.888	15.625
2	p_{13}	1.173	15.625
3	p_2	-0.501	10.000
4	q_{12}	0.568	15.625
5	q_{13}	0.663	15.625
6	q_2	-0.286	10.000
7	V_1	1.006	62.500
8	V_2	0.968	62.500

U ovom slučaju vektor stanja sadrži pet elementa (*n=5*), i estimaciju započinjemo tzv. flat startom.

$$x^T=[\theta_2,\theta_3,V_1,V_2,V_3]=[0,0,1.0,1.0,1.0]$$

$\theta_1=0$ zbog toga što je uzet za bazno-referentni čvor.

5.1. Opšti model estimacije stanja

U ovom delu su tabelarno prikazane vrednosti vektora stanja dobijene primenom opšteg modela estimacije. Prethodno opisan iterativni proces primenjuje se do postizanja granice konvergencije od 10^{-5}

Tabela 3. Poređenje odstupanja vektora stanja i funkcije cilja u iteracijama

Iteracuja, k	0	1	2
$\Delta\theta_2^k$	*-0.0212*	*-6.004*$\times 10^{-4}$	*0.0315*$\times 10^{-3}$
$\Delta\theta_3^k$	*-0.4518*	*-2.858*$\times 10^{-3}$	*0.1395*$\times 10^{-3}$
ΔV_1^k	*-0.002*	*-7.800*$\times 10^{-5}$	*-0.0094*$\times 10^{-3}$
ΔV_2^k	*-0.0257*	*-9.459*$\times 10^{-5}$	*0.0009*$\times 10^{-3}$
ΔV_3^k	*-0.0572*	*1.117*$\times 10^{-3}$	*0.0386*$\times 10^{-3}$
Funkcija cilja			
$J(x^k)$	*7.5193*$\times 10^{2}$	*1.1598*	*0.357*

Tabela 4. Estimirane vrednosti napona i fazora u čvorovima mreže

Čvor	$\hat{V}$ *(pu)*	$\hat{\theta}$ *(°)*
1	*0.9996*	0
2	*0.9741*	*-1.25*
3	*0.9438*	*-2.75*

Tabela 5. Merene vrednosti i estimirane vrednosti merenih veličina i njihova odstupanja (ostaci)

Indeks, i	Tip	Merena(r.j.)	Estimirana (r.j.)	Ostaci (r.j.)
1	p_{12}	0.888	0.8939	-0.0059
2	p_{13}	1.173	1.1734	-0.0004
3	p_2	-0.501	-0.4958	-0.0052
4	q_{12}	0.568	0.5588	0.0091
5	q_{13}	0.663	0.6676	-0.0046
6	q_2	-0286	-0.2977	0.0117
7	V_1	1.006	0.9965	0.0063
8	V_2	0.968	0.9741	-0.0061

5.2. Brzi dekuplovani estimator

U ovom delu su tabelarno prikazane vrednosti vektora stanja dobijene primenom brzog dekuplovanog modela estimacije stanja. Prethodno opisan iterativni proces primenjuje se do postizanja granice konvergencije od 10^{-5}

Tabela 6. Estimirane vrednosti napona i fazora u čvorovima mreže

Čvor	$\hat{V}$ *(r.j.)*	$\hat{\theta}$ *(r.j.)*
1	1.0427	0
2	1.0181	-1.145
3	0.9882	-2.52

Vidi se da su rezultati neznatno drugačiji od onih dobijenih u upotrebom opšteg modela estimatora stanja

6. Zaključak

Osnovna ušteda koja se postiže brzim dekuplovanim estimatorom stanja u odnosu na opšti estimator stanja je da približno jednu polovinu vektorskih i matričnih elemenata ne treba izračunavati, odnosno rešavanje dva odvojena sistema jednačina zahteva upola manje operacija koje su uključene u rešavanje punog originalnog sistema. Takođe, imatrice G_{aa} i G_{rr} su izračunate i raščlanjene samo jednom i nije potrebno izračunavati ih u svakoj narednoj iteraciji.

Literatura

[1] A. Gómez-Expóto, A. J. Conejo, C. Cañizares *Electric Energy Systems: Analysis and Operation.* CRC Press, 2008

[2] A. García, A. Monticelli, and P. Abreu, „Fast decoupled state estimation and bad data processing, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems,* PAS-98, September 1979, 1645–1652.

Abstract. In this paper the characteristics and capabilities of the power transmission network static state estimator are presented. The solving process of the mathematical model containing the measurement errors and their processing is developed. To evaluate difference between the general model of state estimation and the fast decoupled state estimation model, the both models are applied to an example, and so derived results are compared.

Keywords: Maximal probability estimator, least squares estimator, gain matrix.

Mathematical Model of Transmission Network Static State Estimation